

HEJNÉHO METODA

2

MATE MATIKA

příručka učitele pro 2. ročník
prof. Hejný a kol. H-mat, o. p. s.

OBSAH

4	Úvod
6	Očekávané výstupy dle RVP ZV pro 2. ročník
8	Základní poznatky o žákovi a výuce
10	Didakticky choulostivá místa
12	Zavedení prostředí
15	Řešitelské strategie
16	Diagnostické a gradované testy
	 Příručka učitele k úlohám
23	Matematika 1, díl I.
69	Matematika 1, díl II.
111	Matematika 1, díl III.
159	Obecné didaktické teze
162	Deskové a logické hry s matematickým potenciálem
164	Rejstřík
167	Řešení pracovních gradovaných karet

OČEKÁVANÉ VÝSTUPY RVP DLE RVP ZV PRO 2. ROČNÍK

OČEKÁVANÉ VÝSTUPY (RVP)

OČEKÁVANÉ VÝSTUPY V TĚCHTO UČEBNICÍCH

ČÍSLO A POČETNÍ OPERACE

Používá přirozená čísla k modelování reálných situací, počítá předměty v daném souboru, vytváří soubory s daným počtem prvků.

Rozumí přirozenému číslu v oboru do 100 v různých sémantických i strukturálních situacích (stav, operátor, adresa), rozumí pojmům: číslo jako počet i číslo jako veličina. Vytvoří soubory prvků se stejným počtem i se stejnou hodnotou (nominální hodnota mincí, síla zvířátek, délka vláček).

Rozumí slovům polovina, třetina, čtvrtina, pětina a šestina, znázorní uvedené kmenové zlomky v různých modelech (kruh, obdélník, úsečka, počet).

Čte, zapisuje a porovnává přirozená čísla do 1 000, užívá a zapisuje vztah rovnosti a nerovnosti.

Porovnává počet i veličiny v různých skupinách objektů v oboru do 100. Rozhoduje o pravdivosti rovnosti/nerovnosti. Používá pojmy „pod, nad, před, za, hned před, hned za, mezi“ v odpovídajícím významu. Používá znaky rovnosti a nerovnosti pro vyjádření vztahu mezi dvěma množinami, porovnává počet i veličinu, chápe rovnost a nerovnost v různých sémantických kontextech.

Užívá lineární uspořádání; zobrazí číslo na číselné ose.

Využívá číselnou osu k porovnávání přirozených čísel do 100. Zobrazí číslo na číselné ose. Užívá číselnou osu k modelování čísla jako stavu, ale i k znázornění změny nebo porovnání. Znázorní na ose jednociferná záporná čísla, rozumí jejich sémantickému kontextu. Uspořádá číselnou řadu i do nelineárního tvaru.

Provádí z paměti jednoduché početní operace s přirozenými čísly.

Užívá aditivní triádu pro popis sémantické situace, rozumí vazbě mezi operací sčítání a odčítání. Provádí aditivní početní operace v oboru do 100. Využívá komutativnost i asociativnost operace sčítání. Rozlišuje číslo a číslici v aditivní struktuře. Násobí v oboru malé násobilky v sémantických i strukturálních situacích, převážně formou opakovaného sčítání. Rozumí součinu dvou činitelů jako obsahu pravoúhelníku.

Řeší a tvoří úlohy, v nichž aplikuje a modeluje osvojené početní operace.

Řeší slovní úlohy z různých sémantických prostředí (peníze, rodina, myšlené číslo, doprava atd.), při kterých aplikuje znalosti aditivní i multiplikativní operace. Tvoří vlastní slovní úlohy. Používá i úlohy s více početními operacemi, se závislými i nezávislými hodnotami. Řeší úlohy z oblasti kombinatoriky, logiky, teorie grafů.

ZÁVISLOSTI, VZTAHY A PRÁCE S DATY

Orientuje se v čase, provádí jednoduché převody jednotek času.

Rozumí časovému údaji uvedenému v digitální i cifer-níkové podobě, převádí zápis jednoho typu na záznam druhého typu. Vyjádří dobu trvání události v hodinách i minutách, porovná různé časové údaje zadané v různých jednotkách. Orientuje se v kalendáři, rozumí pojmům dnes, včera, zítra. Rozlišuje lineární i cyklickou adresu časového údaje. Řeší jednoduché dynamické slovní úlohy o věku.

Popisuje jednoduché závislosti z praktického života.

Řeší úlohu podle předem daných pravidel, rozumí funkčnímu vztahu „jestliže A, pak B“ a využívá jej při řešení úloh z reálného života. Doplní další člen logické řady čísel, barev, obrázků, symbolů. Rozumí jednoduchým vztahům v širší rodině (neteř, synovec).

Doplňuje tabulky, schémata, posloupnosti čísel.

Používá tabulku jako nástroj pro organizaci statistických údajů. Určí vodorovný i svislý parametr pro zařazení hodnoty do tabulky. Orientuje se ve schématech (dětský park, bludiště, výstaviště), používá grafické symboly (šipky, písmena, barvy) k řešení úloh. Odhalí a využije zákonitost tabulky, schématu, grafu.

GEOMETRIE V ROVINĚ A PROSTORU

Rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci.

Rozliší a vymodeluje čtverec, obdélník, čtyřúhelník, trojúhelník, šestiúhelník nezávisle na jejich poloze v rovině, určí jejich průvodní jevy (vrcholy, strany), vlastnosti (barvu, materiál) i číselné charakteristiky (obvod, obsah).

Provede změnu útvarů při zachování jednoho parametru (obsah, obvod, výška), využívá vlastnosti úhlopříček, výšek pro modelování různých rovinných útvarů. Rozliší shodné a neshodné útvary, má intuitivní představu o podobných útvarech i nepřímo shodných útvarech.

Využívá krychli jako základní jednotku objemu krychlové stavby. Vytvoří krychlovou stavbu a znázorní ji různými jazyky. Provádí přeměnu stavby přemístěním jedné krychle. Vytvoří krychlovou stavbu pomocí jejího plánu nebo 3D reprezentace, rozhodne o shodnosti dvou staveb (posunutí, otočení v prostoru).

Vytvoří různé sítě krychle.

Porovnává velikost útvarů, měří a odhaduje délku úsečky.

Měří a odhaduje délku (výšku, šířku) různých objektů, užívá různé základní jednotky při měření (dřívko, krok, loket, stopa, metr, centimetr). Určí obvod rovinného útvaru jako součet délek všech jeho stran.

Pokrývá pravoúhelník různými polyminy, určí obsah jako počet základních čtverců.

Rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině.

Rozliší souměrné a nesouměrné rovinné útvary. Dokreslí druhou polovinu souměrného obrazce bez ohledu na pozici osy souměrnosti.

NESTANDARDNÍ APLIKAČNÍ ÚLOHY A PROBLÉMY

Řeší jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky.

Při řešení úloh používá metodu pokusů.

osy. S touto souměrností má podstatně méně zkušeností než se souměrností podle svislé osy. Navíc úlohu podle svislé osy již řešil v úloze 85/4. Stačí, aby si žák úlohu otočil o 90° , a získá jednodušší úlohu. Když v budoucnu bude osa souměrnosti nakloněna pod 45° , žák opět může využít tento druh zjednodušení.

Úpravy řešení rovnic

2

Které zvířátko má jít slabším na pomoc? Doplň.

Způsob řešení závisí na tom, které vztahy má již žák ve své dlouhodobé paměti dobře uloženy. Čím více vztahů uloženo má, tím rychlejší může být jeho řešení. Např. když $P = H + M$, tak řešení první úlohy vidí okamžitě. Podobně když u druhé úlohy má uložen vztah $K + K = P$. U třetí úlohy žák asi jedno ze zvířátek promění na jiná dvě zvířátka, např. P nahradí $H + M$. Pak z obou stran odebere husu, pak na levou stranu přidá M . Zmíněné dvě úpravy – nahradit některé zvířátko dvojicí jiných a odebrání stejného zvířátka z obou stran rovnice – jsou hlavní myšlenkové kroky řešení těchto úloh. Druhý krok je důležitý při řešení algebraických rovnic.

DIAGNOSTICKÉ A GRADOVANÉ TESTY

Školní testy používáme nejčastěji k tomu, abychom žáky hodnotili. Učitel může písemný projev žáka hlouběji analyzovat, ptát se, proč žák napsal to nebo ono, proč toto škrtnul, proč udělal tuto chybu atd.

Lepší vhled do žákova matematického myšlení umožňuje učiteli diagnostický gradovaný test, který není časově omezen a není hodnocen známkou. Proto jej žáci píšou v pohodě, bez frustrace a žákova práce lépe ukazuje jeho skutečné schopnosti a znalosti.

Gradovaný test má obvykle tři úrovně. Úroveň **a)** je nejjednodušší a mapuje základní pochopení toho prostředí, do kterého je vložena. Úroveň **b)** je středně náročná a dává informaci o tom, do jaké míry zvládá žák požadované činnosti: schopnost číst s porozuměním, dobře uchopit úlohu, odhalit řešitelskou strategii, tuto realizovat. Úloha **c)** od žáka žádá požadované činnosti na vyšší úrovni. Žák, který tuto úroveň dobře zvládá, je připraven řešit i náročnější úlohy. Stává se, že sám o takové úlohy učitele žádá.

Cílem diagnostického testu, jak již bylo řečeno, je poznávání matematických schopností a znalostí žáka. Učitel poznává silné i slabé stránky žákových schopností a vědomostí a dokáže ho lépe orientovat v jeho studijním úsilí. Poznává jak zónu nejbližšího vývoje žáka, tak i případnou potřebu reedukace tam, kde jsou znalosti žáka deformované nebo slabé.

Žákovi, který úroveň **a)** nezvládá, je třeba věnovat individuální péči. Především zjistit příčinu nepochopení a najít úroveň, na které se již žák chytá. Tam začít s reedukací, byť by to byla úroveň předškolní.

Neúspěch žáka na úrovni **b)** analyzuje učitel s cílem odhalit příčinu chyby a zaměřit reedukační úsilí na konkrétní místo žákova selhání. Naopak žáka, který zde bezchybně uspěl, bude učitel nabádat, aby se nebál zkusit i úroveň **c)**.

Žák, který úroveň **c)** nezvládl, buď nadhodnotil svoje síly, nebo potřebuje úlohu, která náročností leží mezi úrovní **b)** a **c)**. Naopak žák, který úroveň **c)** dobře zvládá, je připraven řešit i náročnější úlohy. Stává se, že sám o takové úlohy učitele žádá.

Doporučujeme, aby u analýzy žákova písemného projevu byl aktivně přítomen i žák. To usnadní učiteli vhled do žákova myšlení a žák se učí, jak může poznávat sebe samotného, a to nejen v oblasti matematiky. Tak žák, který v testu neuspěje, protože se pouští do nejnáročnějších úloh, poznává, že vlastní nadhodnocování není rozumná životní strategie. Na druhé straně žák, který skvěle vyřeší méně náročné úlohy, ale do těch náročnějších se nepouští, potřebuje povzbudit, zvyšovat osobní sebevědomí.

„Popíši osobní zkušenost (ze třetího ročníku). Pár dnů před psaním každého, tedy i diagnostického testu, jsem žáky informoval o tom, kterých oblastí se bude test týkat. Většinou dostali dokonce i vzorový test. Pak si každý žák do sešitku s nápisem *JAK POSTUPUJI* napsal svoje očekávání, jak jednotlivé úlohy zvládne. Po napsání testu žák konfrontoval svoji předpověď s realitou. Dost často pak žák žádal, abychom o jeho předpovědi diskutovali.“

Gradované série úloh si zcela spontánně vytváří děti, když se učí chodit nebo mluvit. Budeme-li si počínání dětí všimnout, poznáme, jak jsou moudré.

„Moje pravnučka se učila sousoz seskakovat ze schodu. Zadání si vymyslela sama a sama si tvořila i poznávací strategii. Když již uměla seskočit ze stupínku vysokého cca 10 cm, vzala si nejprve nižší a pak vyšší štokrle. Během dvou týdnů již uměla seskočit z babiččina sedátka, které bylo o pár cm vyšší než vyšší štokrle.“

STRANA 59**Hlavní cíle úloh**

- 1 zpracovává data, propojuje matematiku s českým jazykem metodami statistiky
- 2 rozšiřuje rodokmen, poznává nové vztahy v rodině, řeší úlohy o věku
- 3 sčítá, odčítá, porovnává přirozená čísla do 100

1 ODHADNI POČET SLOV V JEDNÉ SLOCE BÁSNIČKY.

Hádej, co mi řekl delfín?
Že by chtěl být jako ty,
rád by nosil bílé tričko,
sandály a kalhoty.



Doplň tabulku.

písmeno	a	b	c	d	e	f	i	o	l	t	y
počet písmen	7	4	1	4	6	1	5	5	7	5	6

počet písmen ve slově	1	2	3	4	5	6	7	8
počet slov	1	6	2	4	2	2	2	0

Úloha má tři části:

1. Žáci odhadují počet slov a své odhady zapíší. Pak slova spočítají. Učitel se může zeptat, komu se povedl lepší odhad. Pak se ptá, jak odhadovali. Objeví-li se výroky typu „v první řádce je 5 slov, řádky jsou 4“, vybídne žáky k diskuzi.
2. Žáci doplní dolní tabulku, protože přirozeně navazuje na úvodní úlohu a diskuzi. Doplněná tabulka opět umožňuje zjistit počet slov básničky. Učitel se může ptát: „Kdybychom vzali jiný text (např. uvede text, který se četl v českém jazyce), myslíte, že by bylo dvoupísmenných slov nejvíce?“ Smysl této otázky je motivovat žáky, aby podobné průzkumy prováděli sami.

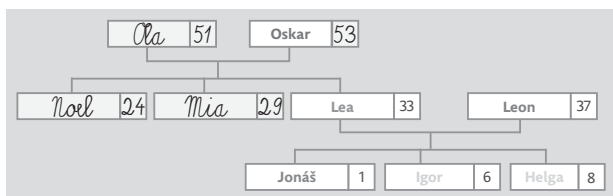
Pro zajímavost uvádíme, že v knize Jana Wericha *Fimfárum* je jedna povídka složena pouze z jednoslabičných slov.

Učitel zváží, zda pokračování ve vyplňování horní tabulky je ještě pro žáky stále přitažlivé. Pokud ne, mohou se k ní vrátit žáci později.

3. Horní tabulka je na vyplňování náročná. Společně se vyplní písmeno „a“, aby všem žákům bylo jasné, jak se úloha řeší. Třída se rozdělí do pěti skupin a každá dostane jednu dvojici dalších písmen. Po vyplnění znovu následuje diskuze: Žáci zjistí, že nejfrekventovanější jsou písmena „a“, „l“, „e“ a „y“. Získávají zkušenosti o samohláskách.

Úloha patří do oblasti Práce s daty. Žáci pracují s jevem četnosti, který poznali již dříve při hodech kostkou (úlohy 14/3, 50/4) nebo při evidenci počtu krychlí v podlažích krychlové stavby (např. 27/3).

Pozn.: Na webových stránkách lze najít frekvenční tabulku písmen české abecedy.

2 RODINA. DOPLŇ JMÉNA A VĚKY.

- a) Mia je o 4 roky mladší než její sestra Lea.
- b) Lea a Mia mají jednoho bratra. Jmenuje se Noel a je třikrát starší než jeho neteř Helga.
- c) Ole bylo 18 let, když se jí narodila dcera Lea.
- d) Oskar je letos stejně starý jako jeho dvě mladší děti dohromady.

NETEŘ = dcera
bratra nebo sestry

Navazujeme na práci s rodokmenem z úlohy 34/3. Žáci diskutují o obrázku. V případě, že nějaký žák se v rodokmenu málo orientuje, učitel může pokládat otázky typu: „Dá se z toho obrázku vysledovat, kdo je dcerou Ley?“, „Kolik má Igor sourozenců?“, „Jak se jmenují rodiče Ley?“ apod. Pomocí těchto otázek se vyjasní, že nejvyšší patro obrázku je věnováno dědečkovi a babičce, prostřední pak manželům a sourozencům manželů a nejnižší dětem manželů.

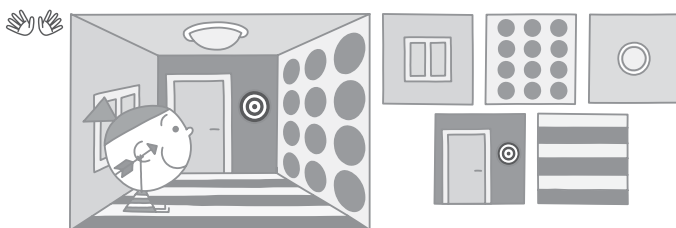
Dozvídáme se o Oskarově manželce Ole a jejich dalších dvou dětech Mii a Noelovi. Je zaveden pojem neteř.

STRANA 97**Hlavní cíle úloh**

- 1 poznává vazby mezi stěnami krychle a čtverci neúplné sítě krychle
- 2 tvoří dvouparametrický rytmus
- 3 klasifikuje a třídí, pracuje s číslem jako veličinou (délky)
- 4 poznává vztah mezi obvodem a obsahem obrazce

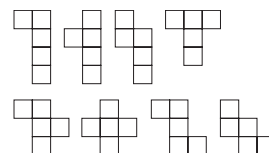
Pomůcky

- 1 krychle a vystřižené shodné čtverce
- 3 sada vagónků
- 4 sada dřívěk

1 VYTVOŘ STŘIH PRO SVŮJ POKOJÍK.

Jeviště jsme zavedli tak, že má podlahu a tři boční stěny. Má tedy jednu dvojici protějších stěn. Pokojík má tři boční stěny, podlahu a strop. Z hlediska geometrie má tedy dvě dvojice protějších stěn (dvě boční stěny, podlaha a strop).

Úkolem žáků je vytvořit stříh pro pokojík neboli z 5 čtverců sestavit takové pentamino, které je částí sítě krychle. Existuje jich 8 – viz obrázek. Vytvořené pentamino žák dekoruje tak, aby vznikl zařízený pokojík. Při vystavování žákovských produktů vznikne přirozená debata o tom, které jsou shodné a zda osově souměrné stříhy jsou stejné nebo ne. Rozhodnutí necháme na žácích. Tuto úlohu je vhodné využít pro mezipředmětové vazby – dekoraci lze realizovat ve výtvarné výchově a například při slohu lze pokojík popsat.

**2 DOPLŇ PÍSMENA I BARVY.**

A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Učitel otázkami vede žáky k odhalení zákonitostí rytmu, ve kterém se prolínají dva rytmy: rytmus barev (má periodu délky 2 – modrá, oranžová) a rytmus písmen (má periodu délky 3 – A, B, C). Otázky mohou být: Na kterých polích leží oranžová A? (1, 7, 13, 19) Kolik je zde modrých C? (3, leží na 6, 12, 18.) Co by leželo na čísle 24? (modré C) Na kterém poli bude ležet čtvrté oranžové B? (na čísle 23)

Učitel může využít tabulku k sérii aktivit, které zařadí průběžně do dalších hodin. Rozdělí žáky na dvě poloviny.

Jedna polovina se nazývají tleskači, druhá dupači – hra je představena v úloze 58/2. Pak dá pokyn: „Budu ukazovat a vyjmenovávat čísla z dolního řádku tabulky a žáci pozorují tabulku. Jestliže u daného čísla je modrá (případně oranžová) barva, tak tleskači tlesknou. Jestliže u daného čísla je písmeno C (případně A, B), tak dupači dupnou.“ Po přehrávce se učitel ptá: „U jakých čísel dupači dupli a zároveň tleskači tleskli?“

Žáci převádějí vizuální rytmus do rytmu kinestetického a v budoucnu (4. roč.) to povede k pojmu společný násobek dvou přirozených čísel.

3 PETRA SI MYSLÍ NA JEDEN VAGÓNEK.

ŠÍMA: Mohu tvůj vagónek složit ze dvou stejných vagónků?

PETRA: NE.

ŠÍMA: Je tvůj vagónek delší než dva červené vagónky?

PETRA: NE.

ŠÍMA: Je tvůj vagónek kratší než červený vagónek?

PETRA: NE.

ŠÍMA: Pak myslíš na zelený vagónek.

Petra a Šíma zde v úloze hrají hru Sova v prostředí Vláček. Po vyřešení úlohy si žáci hru zahrají sami v menších skupinách.

Žáci si mohou hru zkomplikovat tím, že si místo jednotlivých vagónků vytvoří 2–3vagónkové vláčky.

Řešení: Po první otázce Šíma odstraní ze hry červený a fialový vagónek. Po druhé otázce vyřadí ze hry žlutý vagónek. Po třetí otázce odstraní vagónek bílý. Zůstane mu tedy zelený.



A Doplň.

počet dětí	počet knih 1 dítěte	počet knih v knihovně
I	\\	3
II	/	2
III	\\	4
IV	/	3
V	\\	9

B Doplň.

počet dětí	počet knih 1 dítěte	počet knih v knihovně
3	II	II/III
II	4	I/II/III
4	II	II/III/IV
II	4	III/IV/V
3	III	III/IV/V

A Odhadni počet slov básničky.

Veselo je na zahradě,
když se ježkům ježčata
rozeběhnou do všech koutů
hledat nová doupatá.

Veselo je vedle v lese,
když se liškám nechce spát,
vymýšlejí čertoviny,
celou noc si chtějí hrát.

písmeno	a	d	e	h	j	k	n	o	r	t	ž
počet písmen	12	5	24	4	5	5	6	10	3	7	3

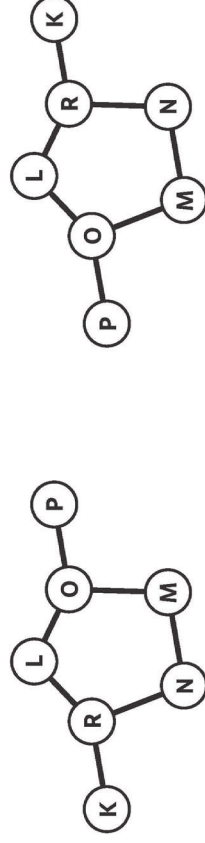
počet písmen ve slově	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
počet slov	1	7	1	7	5	5	3	0	2	1

**Řešení počítá ch jako jedno písmeno.
Případné rozdíl v řešení lze diskutovat se žáky.**

A Mezi obcemi jezdí dvě autobusové linky. Kyvadlová A-C-E-D a okružní C-E-B-C. Doplň názvy obcí. Najdi dvě řešení.



B Mezi obcemi jezdí dvě autobusové linky. Kyvadlová K-R-L-O-P a okružní R-N-M-O-L-R. Doplň názvy obcí. Najdi dvě řešení.



C Mezi obcemi jezdí dvě autobusové linky. Kyvadlová F-C-B-G-E-C a okružní A-F-D-A. Doplň názvy obcí. Najdi dvě řešení.



D Mezi obcemi jezdí dvě autobusové linky. Kyvadlová C-E-A-F-D-B-G a okružní D-G-A-E-F-D. Doplň názvy obcí. Najdi dvě řešení.

