CD

MATE MATIKA

příručka učitele

HEJNÉHO METODA

Zasloužená radost z poznávání

OBSAH

Diferenciace

Frontální výuka jen zřídka pokrývá žákovi jeho individuální potřeby intelektuálního a osobnostního růstu. Daleko účinnější je diferencovaná výuka, která od učitele něco navíc žádá a zároveň učiteli něco navíc dává. Žádá od něj, aby soustavně uvažoval o jednotlivých žácích. Dává mu radost z úspěchů žáků, kteří cítí, že je učitel v jejich práci podporuje a společně s nimi sdílí radost z jejich úspěchu.
Diferenciace výuky žádá od učitele dvě věci: průběžnou diagnostiku žáků a speciální přípravu scénáře hodiny. Na druhé straně mohou žáci sami učiteli výrazně tuto práci usnadnit. Mají-li dostatek odpovědné autonomie, naučí se volit si přiměřené úlohy samostatně a spolupracovat se spolužáky. Diagnostika má několik parametrů, z nichž uvedeme čtyři podle nás nejzávažnější.

1. Osobnostní vlastnosti žáka

- Je zvídavý? Je vytrvalý? Je náladový? Jak je odolný vůči neúspěchu nebo stresu? Jak je přející vůči spolužákům? S kým nejvíce kamarádí? Jaký má vztah se sourozenci? Jak jeho školní aktivitu vnímají rodiče? Do jaké míry je žák autonomní? A tak dále.

Uvedené vlastnosti nejsou neměnné. Kdyby učitel dal žákovi na základě jeho chování v prvních třech měsících nálepku „lajdák“, mohl by mu ublížit. Každá nálepka je ošidná, protože žáci se někdy poměrně rychle mění. Například náš „lajdák“ si nenosil domácí úlohy a zapomínal věci, neboť jeho mysl byla zcela zaměstnána rozvodem rodičů. Když se ale rodinná situace uklidnila, hoch se stal velice spolehlivým.

2. Matematické schopnosti a znalosti žáka

- Je žák spíše verbální, nebo vizuální typ? Uchopuje pojmy, vztahy a procesy spíše procesuálně, nebo konceptuálně? Je tvořivý? Je systematický? Dokáže nacházet kauzální vazby? Jak je zručný? Má preference, pokud jde o oblasti matematiky?

Uvedené diagnostické parametry získá učitel tehdy, když sleduje zájem žáka. Nám k tomu velice pomáhaly tzv. DUP-ačky (domácí úlohy pro pokročilé). „Dupačka“ je úloha napsaná na kartičce. Žák si ji může půjčit a v případě, že ji vyřeší, napíše se jeho jméno k číslu této „dupačky“ na nástěnce. Když si některý žák půjčuje jen kombinatorické úlohy, učitel ví, že teď má zájem o kombinatoriku. Dotvoří pak pro něj další kombinatorické „dupačky“.

3. Zájem žáka

- Jaké jsou jeho zájmy? (Sport, móda, zpěváci, filatelie, modelování, rybaření, …)

Když má žák, který některé úlohy řeší s obtížemi, zájem o sport, může učitel mezi úlohy, které bude v příští hodině žákům předkládat, připravit úlohu v kontextu sportu. Zvýší tím pravděpodobnost, že tato úloha žáka zaujme.

4. Sociální postavení žáka ve třídě

- Je to vůdčí typ? Je submisivní? S kým se rád přátelí? Jak rád pomáhá spolužákům (kterým)? Jak rád pracuje v týmu? Jak je organizačně schopný? V jakých oblastech žádá od spolužáků pomoc? V jakých ji nabízí?

Když má učitel ve třídě řekněme 25 žáků, nemůže vše to, co výše uvádíme, evidovat u každého žáka. Může ale každou výraznější situaci, která se ve třídě odehraje, zaznamenat do svého portfolia a třeba pomocí výše uvedených diagnostických nástrojů ji i opakovaně analyzovat. Případně se o ní radit s kolegy.
Naše zkušenost ukazuje, že třída je velice vnímavý organismus a rychle od učitele přebírá ty hodnoty, které se třídě jeví jako žádoucí. Především to, do jaké míry má učitel rád všechny své žáky.

Popis učiva a činností k výstupům dle RVP ZV v dílech C + D

Výstupy, kompetence RVP ZV	Naše očekávané výstupy – díly C + D
ČÍSLO A PROMĚNNÁ	
M-9-1-01 provádí početní operace v oboru celých a racionálních čísel; užívá ve výpočtech druhou mocninu a odmocninu	Čte a užívá zápis čísla římskými číslicemi, řeší úlohy s důrazem na logiku římských zápisů. Zapíše číslo rozvinutým zápisem do řádu desetitisíců. Uspořádá množinu celých i racionálních čísel. Krátí/rozšiřuje zlomky, sčítá a odčítá zlomky a desetinná čísla, násobí zlomky i desetinná čísla, dělí desetinné číslo desetinným číslem. Užívá n-tou mocninu, druhou odmocninu. Provádí výpočty s mocninami. Převádí jednotky (obsah, objem, rychlost).
M-9-1-02 zaokrouhluje a provádí odhady s danou přesností, účelně využívá kalkulátor	Zaokrouhluje, provádí odhady (sémantické i strukturální, týkající se výrazů s více operacemi). Účelně využívá kalkulátor (například při práci s racionálními čísly).
M-9-1-03 modeluje a řeší situace s využitím dělitelnosti v oboru přirozených čísel	Odhaluje a používá kritéria dělitelnosti 3, 4, 9, řeší úlohy s propedeutikou dělitelnosti 6, 8, 11, 12. Pro nalezení nejmenšího společného násobku a největšího společného dělitele používá prvočíselný rozklad.
M-9-1-04 užívá různé způsoby kvantitativního vyjádření vztahu celek – část (přirozeným číslem, poměrem, zlomkem, desetinným číslem, procentem)	Používá desetinná čísla (v řádu tisícin), zlomky (s dvoucifernými a trojcifernými jmenovateli), složený zlomek, smíšené číslo, převrácené číslo, záporný zlomek. Zmíněná čísla umísťuje na číselnou osu, vyjádří číslo opačné. Intuitivně pracuje s číslem iracionálním. Pracuje s číselnými výrazy. Řeší úlohy na procenta, procentovou část, promile, úrokování.
M-9-1-05 řeší modelováním a výpočtem situace vyjádřené poměrem; pracuje s měřítky map a plánů	Dělí celek v daném poměru. Pracuje s měřítky map a plánů. Používá trojčlenku.
M-9-1-06 řeší aplikační úlohy na procenta (i pro případ, že procentová část je větší než celek)	Řeší aplikační úlohy na procenta, řeší úlohy o opakovaných slevách a zdraženích v procentech.

Časově tematické plány

ČASOVÝ PLÁN rychlejší tempo	ČASOVÝ PLÁN běžné tempo	PROBÍRANÁ TÉMATA	UČEBNICE	PŘÍRUČKA UČITELE
	7. třída		**díl B**	
	září	Procenta I	42	165
		Algebrogramy	44	167
	říjen	Racionální čísla II	45	168
		Osová souměrnost	46	169
		Procenta II	50	173
		Dělitelnost třemi	52	175
		Prvočísla	53	176
		Číselná osa II	55	178
	listopad	Rovnice II	57	180
		Největší společný dělitel	59	182
	písemná práce			
		Sčítání zlomků	62	184
		Středová souměrnost	64	186
	prosinec	Racionální čísla III	68	190
		Dvojice úhlů	70	192
		Nejmenší společný násobek	73	194
		Trojúhelník	75	196
7. třída			**díl C**	
září		Schody	5	20
		Mříž I	7	22
		Autobus	10	26
říjen	leden	Osnova přímek	12	28
		Procenta	14	31
	písemná práce			
		Zlomky I	16	33
		Úměrnosti	18	36
		Mříž II	20	38
	únor	Práce s daty	21	40
		Lineární závislost	22	42
		Kombinatorika a pravděpodobnost	24	45
listopad		Sítě I	26	49
	březen	Zlomky II	30	54
		Záporná čísla	33	57
		Trojúhelník I	34	59
písemná práce				
		Jazyk písmen I	36	62
		Poměry	38	65
		Mapa	40	68

Práce s daty

Obtížnost 2, 3

1 Už v úloze **a)** žáci zjistí, že nelze porovnávat jen samotné rozlohy lesů, ale je nutné vzít v úvahu rozlohy příslušných zemí. Úloha tak poskytuje prostor k tomu, aby žáci rozlohy sami dohledali. Pokud učitel potřebuje ušetřit čas, tak poté, co žáci přijdou s potřebou znát rozlohy, využije následující tabulku.*

země	rozloha lesů [v tisících km²]	rozloha země [v tisících km²]	hustota zalesnění
Rusko	7 762	17 098	45 %
Brazílie	4 777	8 516	56 %
Austrálie	1 471	7 692	19 %
Finsko	233	338	69 %
Velká Británie	29	242	12 %
Saúdská Arábie	27	2 150	1 %
Česko	26	79	33 %
Chorvatsko	25	57	44 %
Slovensko	20	49	41 %
Egypt	1	1 002	0 %

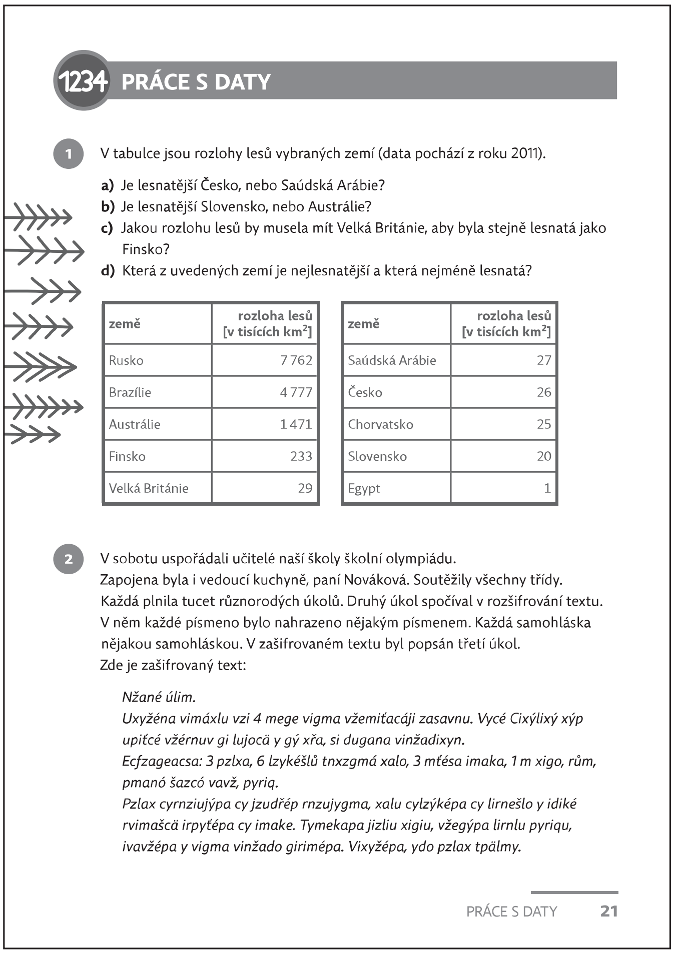
V úlohách 4 a 5 (strana 11) žáci porovnávali přeplněnost autobusů. V úloze 5 (strana 15) porovnávali třídy a zjišťovali, která je více chovatelská. Teď mají porovnávat zalesněnost některých zemí. Předchozí zkušenosti žákům napovídají, aby k porovnávání použili procenta.

Jakmile žáci zjistí, že vhodným nástrojem k porovnávání hustoty zalesnění jsou procenta, přidají k tabulce ještě jeden sloupec. Vypočtené hodnoty se mohou mírně lišit vlivem zaokrouhlování nebo použitím jiného zdroje dat. Žáci využívají kalkulačky. Učitel může úlohu využít také k odhadování.

V úloze **a)** jsou záměrně vybrány země, které mají téměř stejnou rozlohu lesů, ale výrazně odlišnou rozlohu, abychom žáky navedli na porovnávání pomocí procent (nikoli absolutních čísel). Úloha **b)** může být překvapivá, protože samotná rozloha lesů hovoří výrazně ve prospěch Austrálie. Úloha **c)** je obměna předchozích. Úlohu **d)** si lze výrazně zjednodušit odhady. Nejméně zalesněná země je v podstatě zřejmá, u nejvíce zalesněných stačí porovnat například ty, které mají přes 50 %.

Výsledky: **a)** lesnatější je Česko, **b)** lesnatější je Slovensko, **c)** Británie by musela mít lesy o rozloze 167 km², **d)** nejlesnatější je Finsko, nejméně lesnatý je Egypt.

Místo porovnávání míry zalesnění můžeme použít libovolná data podobné povahy, která jsou pro danou třídu zajímavá. V některých pilotních třídách měla velký úspěch úloha, která porovnávala popularitu kanadského zpěváka Justina Biebera v různých zemích světa. Dále se nabízí zjišťovat, která země je nejfotbalovější (počet registrovaných hráčů), nejstarší (počet lidí nad 60 let), nejpropojenější (počet mobilních telefonů), nejnemocnější (počet nakažených AIDS) atd.


1234 PRÁCE S DATY

1 V tabulce jsou rozlohy lesů vybraných zemí (data pochází z roku 2011).

a) Je lesnatější Česko, nebo Saúdská Arábie?
b) Je lesnatější Slovensko, nebo Austrálie?
c) Jakou rozlohu lesů by musela mít Velká Británie, aby byla stejně lesnatá jako Finsko?
d) Která z uvedených zemí je nejlesnatější a která nejméně lesnatá?

země	rozloha lesů [v tisících km²]
Rusko	7 762
Brazílie	4 777
Austrálie	1 471
Finsko	233
Velká Británie	29

země	rozloha lesů [v tisících km²]
Saúdská Arábie	27
Česko	26
Chorvatsko	25
Slovensko	20
Egypt	1

2 V sobotu uspořádali učitelé naší školy školní olympiádu.
Zapojena byla i vedoucí kuchyně, paní Nováková. Soutěžily všechny třídy.
Každá plnila tucet různorodých úkolů. Druhý úkol spočíval v rozšifrování textu.
V něm každé písmeno bylo nahrazeno nějakým písmenem. Každá samohláska nějakou samohláskou. V zašifrovaném textu byl popsán třetí úkol.
Zde je zašifrovaný text:

Nžané úlim.
Uxyžéna vimáxlu vzi 4 mege vigma vžemiťacáji zasavnu. Vycé Cixýlixý xýp upiťcé vžérnuv gi lujocä y gý xřa, si dugana vinžadixyn.
Ecfzageacsa: 3 pzlxa, 6 lzykéšlů tnxzgmá xalo, 3 mťésa imaka, 1 m xigo, rům, pmanó šazcó vavž, pyriq.
Pzlax cyrnziujýpa cy jzudřép rnzujygma, xalu cylzýképa cy lirnešlo y idiké rvimašcä irpyťépa cy imake. Tymekapa jizliu xigiu, vžegýpa lirnlu pyriqu, ivavžépa y vigma vinžado girimépa. Vixyžépa, ydo pzlax tpälmy.

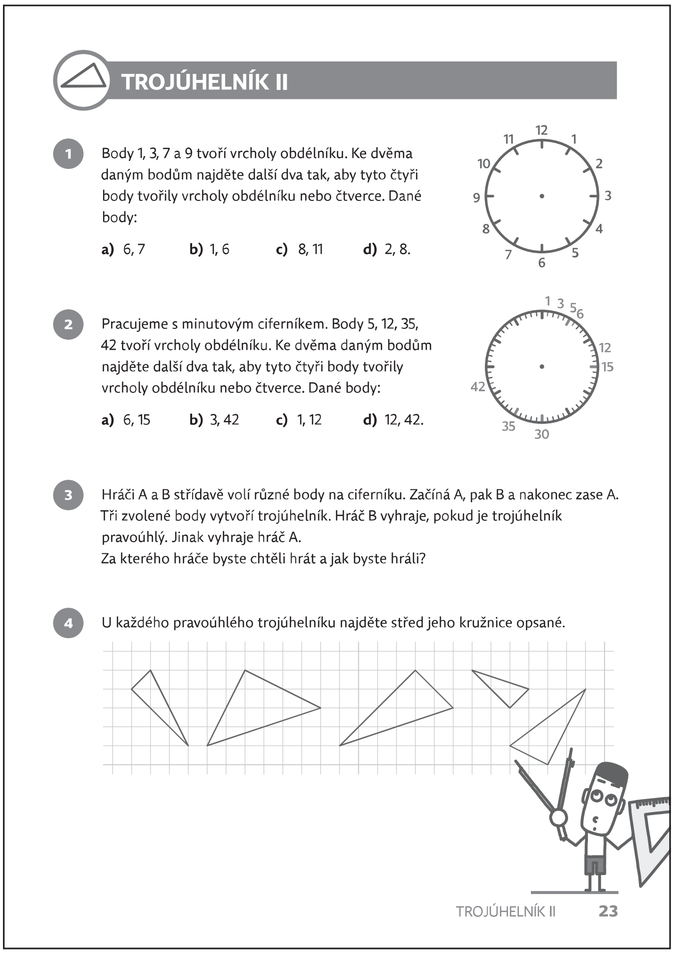
PRÁCE S DATY 21

* List of countries by forest area. Wikipedia: the free encyclopedia. [online]. 2001–[cit. 2016-07-18]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_countries_by_forest_area.
List of sovereign states and dependencies by area. Wikipedia: the free encyclopedia. [online]. 2001–[cit. 2016-07-18]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_sovereign_states_and_dependencies_by_area).

Trojúhelník II

Hlavním cílem této kapitoly je objevit Thaletovu větu. Její příprava se odehrávala v dílu B na straně 72, úlohy 6 a 7. Důležitou roli hrají úlohy 1 a 2 z dílu B na straně 75. V nich se zkoumá, které trojúhelníky na ciferníku jsou tupoúhlé, pravoúhlé a ostroúhlé. Úloha 2 (díl B, strana 75) vybízí ke zkoumání trojúhelníků (1, 2, 3), (1, 2, 4), (1, 2, 5), …, (1, 2, 12). Učitel zde může nechat žáky pokračovat ve zkoumání trojúhelníků (1, 3, 4), (1, 3, 5), (1, 3, 6), …, (1, 3, 12). Můžeme pokračovat s trojúhelníky se základnou ve vrcholech 1, 4, případně 1, 5 a nakonec 1, 6. V posledním případě budou všechny trojúhelníky pravoúhlé.

Nejčastěji se Thaletova věta dokazuje pomocí rovnoramenných trojúhelníků *ASB* a *BSC*, kde *S* je střed kružnice a *AC* její průměr. Náš přístup je založen na vhledu pomocí tzv. lešení. Lešením je zde čtyřúhelník *ABCD*, kde bod *D* jsme doplnili tak, aby *BD* byl průměr kružnice. Čtyřúhelník *ABCD* má stejně dlouhé úhlopříčky, které se navzájem půlí, jedná se proto o obdélník (nebo čtverec) a úhel *ABC* je pravý.


TROJÚHELNÍK II

1 Body 1, 3, 7 a 9 tvoří vrcholy obdélníku. Ke dvěma daným bodům najděte další dva tak, aby tyto čtyři body tvořily vrcholy obdélníku nebo čtverce. Dané body:

a) 6, 7 **b)** 1, 6 **c)** 8, 11 **d)** 2, 8.

2 Pracujeme s minutovým ciferníkem. Body 5, 12, 35, 42 tvoří vrcholy obdélníku. Ke dvěma daným bodům najděte další dva tak, aby tyto čtyři body tvořily vrcholy obdélníku nebo čtverce. Dané body:

a) 6, 15 **b)** 3, 42 **c)** 1, 12 **d)** 12, 42.

3 Hráči A a B střídavě volí různé body na ciferníku. Začíná A, pak B a nakonec zase A. Tři zvolené body vytvoří trojúhelník. Hráč B vyhraje, pokud je trojúhelník pravoúhlý. Jinak vyhraje hráč A.
Za kterého hráče byste chtěli hrát a jak byste hráli?

4 U každého pravoúhlého trojúhelníku najděte střed jeho kružnice opsané.

TROJÚHELNÍK II 23

1 Úlohy **a)** i **b)** vedou ke stejnému obdélníku s vrcholy v bodech 12, 1, 6 a 7. Důležitá je úloha **d)**, která má více řešení. Ta jsou dána vrcholy *n* a *n* + 6, kde *n* = 1, 3, 4, 5 a 6. Může se stát, že některý žák upozorní na to, že úloha nepožaduje, abychom vrcholy volili pouze ve vyznačených bodech; že tedy vrcholy 2 a 8 můžeme doplnit libovolnými dalšími dvěma body tvořícími průměr ciferníkové kružnice. Takovému žáku dáme prostor, protože svým objevem je již těsně u objevu Thaletovy věty. 1, 2

Poznámka: Vrcholy čtyřúhelníku značíme ve směru hodinových ručiček, což neodpovídá běžné zvyklosti.

Výsledky: **a)** 12, 1, 6, 7; **b)** 12, 1, 6, 7; **c)** 2, 5, 8, 11; **d)** 2, 8, *n*, *n* + 6, kde *n* = 1, 3, 4, 5, 6.

2 Opakujeme to, co jsme dělali v předchozí úloze, tentokrát s větším počtem vyznačených bodů. Opět až úloha **d)**, která má 29 řešení ve vyznačených bodech, navozuje objev obecnějšího tvrzení, zmíněného již v předchozím komentáři. 1, 2
Čtyřúhelníky nalezené v úlohách **b)** a **c)** jsou současně řešením úlohy **d)**.

V úloze **d)** můžeme žádat žáky, aby našli další řešení. Žák úrovně [3] může mít ambici najít všechna řešení a zapsat je algebraickým zápisem. Ten může vypadat například jako 12, 12 + *n*, 42, 42 + *n*, kde n ∊ {–11, –10, …, –2, –1, 1, 2, …,18} nebo jako 12, *m*, 42, *m* + 30, kde *m* je libovolné číslo od 1 do 30 kromě 12 (nehledíme zde na pořadí vrcholů).

Výsledky: **a)** 6, 15, 36, 45; **b)** 3, 12, 33, 42; **c)** 1, 12, 31, 42; **d)** celkem 29 řešení, viz výše.

3 Úloha sleduje dva cíle. Prvním je objevení Thaletovy věty: když hráč B volí bod tak, že první dva body tvoří průměr ciferníku, tak výsledný trojúhelník je nutně pravoúhlý. Druhý cíl je metodologický. Žák se učí antagonistickou hru, ve které hráči střídavě vstupují do akce a výsledek akce rozhodne o vítězi. Pomocí podobné hry žáci později (na gymnáziu nebo až na VŠ) pochopí třeba ε – δ definici limity. 2

Výsledek: Hráč B může vyhrát pomocí výše popsané strategie.

Rejstřík