

Koncepce řady učebnic matematiky pro 1. stupeň

prof. Hejný a kol.

PREAMBULE

Sada učebnic pro vzdělávací oblast **Matematika a její aplikace** pro první stupeň základního vzdělávání je koncipována podle ročníků 1.-5. Pro 1. a 2. ročník je učivo zpracováno v podobě pracovních učebnic, které je možno dle uvážení učitele doprovodit ze sbírky úloh v podobě karet s gradovanými úlohami. Ve 3.-5. ročníku již jen učebnice doprovázené pracovními sešity.

Učivo je zpracováno v duchu genetického konstruktivismu. Zpracování učiva tedy zajišťuje žákům důsledné budování mentálních schémat pojmů, procesů, vztahů a situací a od učitele vyžaduje konstruktivistický edukační styl. Jeho hlavní charakteristiky jsou:

- výrazná intelektuální i osobnostní autonomie žáků;
- těžištěm výuky je individuální i skupinové řešení úloh a bohatá komunikace mezi žáky o řešitelských postupech, o vyskytujících se pojmech, vztazích, procesech a situacích;
- vhodně volené série gradovaných úloh, které vedou žáky postupně k objevování nových zákonitostí a procesů, k formulování hypotéz a jejich prověřování ve vzájemných diskusích;
- role učitele spočívá především v tvorbě příznivého pracovního klimatu, v diferencovaném zadávání úloh žákům tak, aby byly pro každého žáka přiměřené, a v iniciování a řízení třídní diskuse;
- učitel učivo zásadně nevysvětluje, klade otázky, formuluje úlohy a řídí diskusi tak, aby třídu k objevům vztahů a zákonitostí, řešitelských postupů a efektivních strategií přivedl, svoji akustickou přítomnost na hodině omezuje na nezbytné minimum.

Hlavními indikátory kvality výuky jsou:

- a) vztah žáků k intelektuální práci obecně a matematice zvláště,
- b) schopnost žáků vzájemně spolupracovat.

Jedním z nejnáročnějších didaktických problémů vyučování matematice vůbec je diferenciací žáků. Frontální přístup, kdy celá třída řeší stejnou úlohu, vede k tomu, že slabší žáci ztrácejí víru v to, že by matematice mohli někdy porozumět, omezují se na činnosti reproduktivní a imitační a odnášejí si do života nálepku „na matematiku já nejsem“. Špičkoví žáci na druhé straně nejsou dostatečně podporováni, nedostávají prostor k rozvoji svého potenciálu, a tak společnost přichází o nejcennější kapitál, který má – talentovanou a tvořivou mládež. Učebnice je učiteli nápomocná k tomu, aby rozvíjel všechny žáky na jejich maximální úroveň. Gradované série úloh (i úloh na doplňkových kartách včetně návrhů v komentářích pro učitele) žákům umožňují volit si přiměřenou obtížnost a individuální rychlost postupu. Je zřejmé, že takový způsob výuky klade na učitele značné nároky, pokud jde o koordinaci práce celé třídy. Zkušenosti ukazují, že žáci sami (a to již v 1. ročníku) si rychle vytvářejí efektivní vzorce sociálního chování. Slabší žáci tak mohou „držet krok“ s třídou, byť jejich vhléd do dané problematiky je mělčí, nicméně pro další rozvoj dostačující.

V učebnici nikde nevyužíváme grafického zvýraznění vzorečků a pouček, neboť tyto vedou nebo by mohly vést k ukládání „poznatků“, či spíše izolovaných informací do dlouhodobé paměti žáka. Později se tak mohou stát kognitivní překážkou pro vznik porozumění. Učitel za pomoci učebnice vede žáka k tomu, aby důležité vztahy objevil samostatně, nebo častěji s

pomocí spolužáků a aby se nový poznatek dostával do žákova vědomí jako vlastní zkušenost a byl maximálně propojen na další související poznatky.

Východiskem vzniku každého poznání jsou životní a následně i školské zkušenosti žáka.

Poznávací proces tak probíhá v posloupnosti: zkušenosti → jejich evidence → jejich organizace → odhalení vztahu → poznatek.

Toto je základní způsob, kterým učebnice budují dílčí žákovy znalosti. Dílčí znalosti se průběžně a dlouhodobě síťují do celků – širších mentálních schémat. Obtížné matematické pojmy jako zlomek, záporné číslo a operace s nimi, nebo pojmy, kterými se zabývá až druhostupňové učivo, jsou připravovány po dlouhou dobu prostřednictvím co nejšířší škály modelů a zkušeností. Na rozdíl od dospělého člověka, který potřebuje svoje znalosti strukturovat a dokáže se jistým problémem zabývat dlouhou dobu, má žák schopnost vstřebat a propojit mnoho různorodých podnětů a potřebu svoji činnost často měnit. Proto jsou v učebnicích často střídány typy úloh a tematické celky. Typy úloh se opakovaně spirálovitě vrací, ale pokaždé jsou obohaceny o některé další prvky, další myšlenky. Žák tak má dostatek času zažít a hlouběji pochopit danou myšlenku. Týká se to zejména nosných myšlenek, jako je budování představy čísla a vazeb mezi nimi, budování geometrických představ, budování schopnosti efektivní práce s daty.

V době kalkulátorů ztrácí schopnost hbitého a spolehlivého počítání na důležitosti. Jistou počtářskou rutinu však žák potřebuje. Získává ji však pomocí tzv. cílených úloh, tj. úloh, u nichž mnohé počítání je prostředkem k dosažení vyššího cíle, jako například objevení nějakého dílčího vztahu, nebo řešitelského postupu. Ve vyšších ročnících vedeme žáky k účinné práci s kalkulátorem, která pomáhá porozumění používaným kalkulativním procedurám.

NESTANDARDNÍ ÚLOHY

Matematické učivo je vloženo do mnoha didaktických prostředí, které umožňují rozvíjet žákovy specifické schopnosti a dovednosti. Jsou to zejména aritmetická sémantická prostředí - Autobus, Krokování, Vlčky, Děda Lesoň, Váhy, Mince, Rodina, aritmetická strukturální prostředí - Součtové trojúhelníky, Hadi, Pavučiny, Součtinové čtverce, Algebrogramy, Sousedé, Šipkové grafy, Tabulka 100, Výstaviště, geometrická manipulativní – Parkety, Dřívka, Origami, Tangramy, Geoboard, Krychlové stavby, a geometrická grafická - Čtvercová mříž i „čistý“ papír.

Převážná většina úloh vycházejících z těchto prostředí a mnoho dalších sérií slovních úloh je z hlediska běžně zpracovaného učiva matematiky nestandardní. Mnohé z nich jsou propojeny na činnosti, na životní zkušenost žáka a mají tedy silně aplikační charakter. V těchto úlohách je rovněž přítomno množství důležitých jevů týkajících se rozvoje komunikačních dovedností, a to jak z hlediska logiky, tak z hlediska schopností pracovat s různými znakovými systémy. Edukační síla těchto úloh závisí samozřejmě na způsobu vedení výuky.

UČEBNICE pro 1. ročník

ARITMETIKA

Pojmy

- přirozené číslo do 20, nula, číslice (0, 1, ...,9); propedeutika celých čísel a zlomků; různé modely čísla (statické, dynamické, pomíjivé, akustické, haptické, vizuální, kinestetické, ...);
- základní aritmetické operace sčítání a odčítání; součet, rozdíl, jejich vztah, aditivní triáda;
- číslo jako počet i veličina;
- propedeutika operací násobení a dělení a jejich vztahu;
- výsledek, dílčí výsledek, rovnost, různost, nerovnost;
- menší, větší, nejmenší a největší prvek;
- nerovnost;
- rozklad přirozeného čísla na součet několika sčítanců;
- propedeutika pojmů sudé a liché číslo;
- porovnávání malých přirozených čísel, uspořádání vzestupné/sestupné;
- číselná osa (jako krokovací pás) v rozsahu výše zmíněných čísel;
- polovina, třetina, čtvrtina, ... - modely kmenových zlomků jako částí celku;
- časová struktura roku, měsíce, týdne, dne.

Vztahy

- nula je neutrální prvek vzhledem ke sčítání;
- komutativita a asociativita sčítání;
- je větší/menší;
- méně, více, stejně;
- idiomy: je o n větší/menší;
- tranzitivita a konektivita uspořádání;
- je hned před/hned za.

Činnosti

- operace sčítání a odčítání mentálně;
- operace v různých sémiotických reprezentacích čísla;
- rozklad čísla na dva, tři sčítance;
- vizualizace rytmu;
- převod koncept-proces;
- tvorba úloh;
- řešení úloh různými strategiemi – dramatizace, vizualizace, modelování, simplifikace, analogie, pokus-omyl, odzadu,
- organizace souboru dat – uspořádání množiny čísel (v rozsahu výše zmíněných čísel) ;
- odhady (sémantické i strukturální týkající se jedné operace);
- práce s časem;
- řešení úloh o věku;
- hledání více řešení – kombinatorické zkušenosti;
- využívání komplementu ke zjištění počtu souboru prvků;
- znakový záznam procesuální situace;
- dělení různých celků.

GEOMETRIE

Pojmy

- Čtverec, trojúhelník, obdélník, 4-úhelník, 5-, 6tiúhelník, lichoběžník;
- strana mnohoúhelníku, úhlopříčka, vrchol;
- délka, obvod, obsah (propedeutika);
- krychle, krychlová stavba, přestavba;
- plán krychlové stavby.

Vztahy

- Shodnost/neshodnost rovinných útvarů, krychlových staveb;
- osová souměrnost;
- středová souměrnost v činnostech;
- vazby trojúhelník a čtverec, čtverec a obdélník.

Činnosti

- poznávání obrazců v činnostech;
- konstrukce různých útvarů (trojúhelník, čtverec, obdélník, kosočtverec, kosodélník, lichoběžník) pomocí dřívěk, překládáním a stříháním papíru, skládáním parket, skládáním k sobě různých tvarů;
- transformace tvarů (překládání dřívěk, chirurgie - přeměna krychlové stavby, 2D obrazce);
- porovnávání délek, obsahů;
- měření délek pomocí vlastního těla,
- zobrazení prostoru, krychlové stavby, zobrazení do roviny,
- zjišťování obsahu s využitím čtverce, trojúhelníku jako jednotky obsahu;
- orientace v rovině i v prostoru.

ZÁVISLOSTI A PRÁCE S DATY

Pojmy

- Rytmus, periodická posloupnost znaků – rytmus a jeho různé podoby, posloupnost (propedeutika);
- tabulka;
- graf;
- náhodný jev, jistota.

Vztahy

- lineární závislost a její tabulace;
- procesuální a konceptuální vztahy.

Činnosti

- evidence procesu tabulkou (konceptem);
- evidence jedno-, dvou-parametrického souboru dat tabulkou;
- práce se vztahy v rodokmenu;
- orientace v grafech (bludiště, dětský park, pavučiny);
- uspořádání podle různých principů (čas, míra);
- vyhledávání dat;
- tvorba statistického souboru.

Dále uvádíme v každém ročníku jen to, co je nové.

UČEBNICE pro 2. ročník

ARITMETIKA

Pojmy

- Přirozená čísla do 100, jejich různé modely a percepce;
- dvoj-, trojciferné číslo;
- zlomky jako část celku, modely;
- hvězdičkogramy;
- násobení, součin, multiplikativní triáda;
- n -krát více/méně;
- osmina, n -tina.

Vztahy

- Je menší, je větší;
- je menší/větší o n ;
- je menší/větší n -krát.

Činnosti

- Porovnávání pomocí číselné osy;
- modelování součtu, součinu;
- modelování změny (na číselné ose);
- násobení (opakované sčítání);
- dělení – podělování, rozdělování;
- využití aditivní trojčlenky;
- dělení celku na stejné části;
- využití znakového jazyka k řešení úloh;
- tvorba úloh k formalizovanému zápisu;
- využívání analogií;
- řetězení operací;
- násobení kombinatorické;
- narušená struktura a její rekonstrukce.

GEOMETRIE

Pojmy

- Trojúhelník a jeho průvodní jevy;
- čtyřúhelník (rovnoběžník, lichoběžník, kosočtverec, kosodélník, deltoid – vše v manipulaci);
- pravidelný šestiúhelník, nekonvexní mnohoúhelník;
- shodnost a podobnost;
- osová souměrnost, posunutí;
- síť krychle.

Vztahy

- Trojúhelníková nerovnost v prostředí dřívěk;
- vlastnosti úhlopříček čtyřúhelníků v prostředí dřívěk;
- lineární závislost, její vizualizace.

Činnosti

- Geometrická chirurgie;
- konstrukce na geoboardu;
- odhadování a zjišťování obsahu a obvodu;
- práce se znakovými jazyky;
- pokrývání roviny – parkety;
- konstrukce útvarů s podmínkou.

ZÁVISLOSTI A PRÁCE S DATY

Pojmy

- Pravděpodobnost, náhoda, jistota;
- galerie, organizační princip galerie.

Vztahy

- Kombinatorické vztahy (propedeutika);
- Závislosti a vazby ve strukturách (tabulka pro autobus, sčítací tabulka, sčítací trojúhelník, násobkový čtverec, ...).

Činnosti

- Evidence dynamické situace;
- orientace v čase;
- organizace souboru dat (jednoparametrické třídění, hledání organizačního principu) ;
- evidence náhodných jevů;
- tvorba statistického souboru dat;
- porovnávání souborů dat;
- grafické znázorňování souboru dat;
- tvorba tabulky jako nástroje na zpracování dat;
- čtení z grafů, tabulek a diagramů.

UČEBNICE pro 3. ročník

ARITMETIKA

Pojmy

- Přirozená čísla čtyřciferná;
- násobení a dělení – pamětné;
- písemné sčítání, odčítání, násobení do 1000;
- propedeutika rovnic;
- odhadování, zaokrouhlování, porovnávání;
- Indické násobení;
- kmenové zlomky – propedeutika v různých kontextech;
- číselná osa – modely.

Vztahy

- Vztahy v různých didaktických prostředích jak sémantických, tak strukturálních;
- vztahy mezi činiteli a součinem, sčítanci a součtem;
- vztahy v různých strukturách, násobilkový čtverec, sčítací trojúhelník, tabulka 100 atd.
- relace v prostředí rodiny;
- skládání relací;
- propedeutika rovnic.

Činnosti

- Popis a modelování situace s násobením, dělením;
- verbalizace vztahů vedoucí k rovnicím;
- řešení rovnic v sémantických prostředích;
- písemné sčítání, odčítání, násobení;
- převody mezi sémiotickými registry;
- mentální řešení problémů v prostředích;
- hledání řešitelských strategií;
- tvorba úloh;
- práce s parametrem;
- využívání rytmu, pravidelnosti k odhalování zákonitostí.

GEOMETRIE

Pojmy

- Lichoběžník, čtyřúhelník, rovnoramenný, rovnostranný, pravoúhlý trojúhelník, kruh, kružnice, mřížový útvar;
- obsah i obvod mřížového útvaru;
- krychlová stavba a její 2D reprezentace – plán, průmět;
- povrch, objem.

Vztahy

- Struktura průvodních jevů krychle;
- síť krychle a struktura průvodních jevů sítě krychle;
- korespondence mezi 3D jevy na krychli a 2D jevy na síti;
- obvod – obsah;
- povrch – objem – kostra;
- vztahy mezi početními operacemi a obsahy útvarů v mříži.

Činnosti

- Zobrazení krychlové stavby plánem, průmětem;
- evidence konstrukce a přestavby krychlové stavby;
- změna 2D obrazce;

- pokrývání roviny;
- měření obsahu, obvodu, objemu, povrchu, kostry;
- tvorba sítí krychle s danými charakteristikami;
- konstrukce mřížového útvaru;
- zápis procesu konstrukce.

ZÁVISLOSTI A PRÁCE S DATY

Pojmy

- Soubor dat;
- grafická vizualizace;
- uspořádání jako organizační princip;
- pravděpodobnost;
- statistika;
- vývojový diagram.

Vztahy

- Úlohy o věku;
- lineární závislost souborů dat.

Činnosti

- Tvorba grafu a diagramu;
- orientace v grafu, diagramu, tabulce;
- uspořádání dat jako organizační princip;
- statistická evidence jevů;
- doplňování chybějících údajů ve struktuře;
- evidence dynamických jevů.

UČEBNICE pro 4. ročník

Řazení učiva od 4. ročníku je systematictější, aby byly zohledněny vývojové změny 9-10letých dětí. Obsah je členěn do delších tematických celků, cca na dobu jednoho týdne. Každá kapitola obsahuje jak hlavní téma, tak úlohy procvičující předchozí témata a také úlohy připravující téma následující. Tím dochází k propojování poznatků, k postupnému upřesňování již vybudovaných matematických schémat žáka a k otevírání nových schémat pojmů a vztahů.

Používaná terminologie i formální zápisy se shodují se zavedenou terminologií školské matematiky.

V Příručce učitele budou kromě didaktických komentářů k jednotlivým úlohám učebnice nabídnuty písemné práce s gradovanými úlohami.

Rozsah stran učebnic 120 + 3 pracovní sešity

ARITMETIKA

Pojmy

- Velká přirozená čísla – modely, zápis, operace s nimi;
- celá čísla;
- desetinná čísla;
- rovnice;
- kmenové zlomky, egyptské dělení;
- zápis kmenového zlomku;
- aditivní operace s kmenovými zlomky;
- odhad, zaokrouhlování;
- dělení se zbytkem.

Vztahy

- Dělitelnost;
- vztahy mezi operacemi;
- vizualizace vztahů na číselné ose;
- číselné vztahy v používaných strukturálních prostředích.

Činnosti

- Pamětné a písemné algoritmy početních operací;
- argumentace, formulace hypotéz, ověřování řešení;
- písemné operace i netradičním způsobem;
- modelování reálných situací aritmetickými operacemi a obráceně.

GEOMETRIE

Pojmy

- Obsah, obvod;
- grafický součet úseček;
- síť krychle;
- souřadnice;
- n -úhelník, lichoběžník;
- krychlová stavby, plán, průmět – půdorys, nárys, bokorys;
- kvádr;
- síť kvádrů;
- obsah trojúhelníku.

Vztahy

- Porovnávání zlomků;

- trojúhelníková nerovnost;
- kolmost, rovnoběžnost;
- vztahy mezi obsahy částí obrazce.

Činnosti

- Konstrukce krychlové stavby a její záznam;
- konstrukce obrazce na mříži a její záznam;
- konstrukce obrazce na čistém papíru a její záznam;
- konstrukce obrazce osově, nebo středově souměrného;
- manipulace ve 2D i 3D;
- pokrývání roviny a prostoru.

ZÁVISLOSTI A PRÁCE S DATY

Pojmy

- Pravděpodobnost;
- kombinace;
- statistika;
- grafy.

Vztahy

- vizualizace vztahů v grafech, diagramech
- vztahy mezi různými vizualizacemi, např. tabulka, graf.

Činnosti

- Práce s grafy – tvorba a čtení z grafu;
- klasifikace 2D obrazců;
- používání nástrojů pro klasifikaci – hra Sova.

UČEBNICE pro 5. ročník

ARITMETIKA

Pojmy

- Všechna přirozená čísla a jejich zápis;
- dvojková soustava, zápis čísla, aditivní operace;
- ciferníková aritmetika;
- číselné řady, posloupnosti;
- rovnice;
- číselná osa;
- zlomky i nekmenové – různé modely;
- desetinná čísla;
- figurální čísla.

Vztahy

- Popis vztahů ve strukturách v různých prostředích;
- dělitelnost, největší a nejmenší společný násobek a dělitel;
- obdélníková čísla;
- grafy dělitelů;
- porovnávání veličin;
- vztahy mezi figurálními čísly.

Činnosti

- Algoritmy písemných operací;
- dělení se zbytkem;
- zaokrouhlování;
- převádění mezi reprezentacemi čísla;
- číselný zápis rovnice;
- uspořádání racionálních čísel pomocí číselné osy.

GEOMETRIE

Pojmy

- Pravidelné mnohoúhelníky;
- konvexní a nekonvexní mnohoúhelník;
- šipkový zápis;
- souřadnice;
- průvodní jevy 2D obrazců;
- úhel;
- vnitřní úhly v obrazci;
- geometrická tělesa;
- hranol n -boký (pro malá n);
- jehlan (pravidelné i nepravidelné);
- koule, válec, kužel;
- síť těles;
- souměrnosti – osová, středová, posunutí;
- osa souměrnosti;
- jednotky míry.

Vztahy

- Klasifikace 2D obrazců;
- klasifikace krychlových staveb;
- převody jednotek míry;
- shodnost, podobnost;

- incidenční a metrické vztahy v rovině i v prostoru;
- vztah mezi obvodem a obsahem složitějších obrazců.

Činnosti

- Konstrukce 2D i 3D útvarů v různých prostředích;
- konstrukční zápisy v různých prostředích;
- konstrukce sítí těles;
- konstrukce útvarů s danou podmínkou;
- konstrukce rovnoběžných a kolmých přímk;
- měření (i úhlů) ;
- orientace v mapě.

ZÁVISLOSTI A PRÁCE S DATY

Pojmy

- Aritmetický průměr;
- interpretace a vizualizace pojmů;
- Vennův diagram.

Vztahy

- Vztahy mezi grafickými vizualizacemi souborů dat;
- formalizace vztahů, zápis rovnic pomocí neznámé.

Činnosti

- Interpretace jevů z tabulky a grafu, diagramu;
- evidence kombinatorických jevů;
- organizace souboru dat – Vennův diagram.