



# MODERNÍ VYUČOVÁNÍ

## Moderní výuka přírodních věd

Příprava dnešních  
studentů na  
příležitosti zítřka

**Téma:  
MATEMATIKA  
A PŘÍRODNÍ  
VĚDY**

## Každé dítě musí zažít radost z poznání

Prof. Milan Hejný o matematice,  
která v dětech vzbuzuje skutečný zájem



květen–červen / 2012

Cena 49 Kč / 2 €

03/2012



9 772116 850275



03

# O matematice nejen v Čechách

Matematika se v určitých vlnách objevuje i v zájmu českých médií, leč bohužel vždy spíše v momentech ne příliš příjemných. Velkou vlnu diskusí, které ale nevyústily do konkrétních návrhů a řešení, vzbudila PISA 2009, nedávno zase rezonovala debata o státních maturitách z matematiky. Průběžně se pak ozývají hlasy firem, pro které je schopnost myšlení vybudovaná právě na základech matematiky a logiky a dostatek kvalitních absolventů v přírodovědných oborech jednou z klíčových otázek české konkurenceschopnosti.

připravila Leona G. Šteigrová

První velkou debatu na téma matematika v Čechách vyvolalo nejprve šetření TIMMS a poté PISA 2009, přičemž oba výzkumy potvrdily to stejné – že s matematikou jsme na tom hůř a hůř. V šetření PISA byl výsledek českých žáků v matematické gramotnosti sice (alespoň) průměrný (čeští žáci s výsledkem 493 bodů zůstali za průměrem zemí OECD, který je 496 bodů), nicméně alarmující bylo samo zjištění, že v období od roku 2003 do roku 2009 se výsledky českých žáků zhoršily nejvíce ze všech zemí, které se obou cyklů výzkumu zúčastnily. Obdobné průměrné výsledky jako ČR měly i země našeho „pohabsburského“ dědictví, naopak daleko před námi bylo ze zemí EU tradičně Finsko, Nizozemí, Belgie, Estonsko, Německo aj. Z výzkumu navíc vyplynulo, že dívky i chlapci měli téměř stejné výsledky a že obecně horší výsledky se týkají všech druhů škol s výjimkou škol speciálních, které zůstaly zhruba na stejné úrovni. Jak však v našem rozhovoru zdůrazňuje prof. Hejný, alarmující na obou šetřeních je skutečnost, že čeští žáci a studenti mají velkou nelibost vůči matematice. Právě tento negativní postoj vůči matematice

je věc dlouhodobá, kterou nelze snadno napravit, a která bude mít vážné dopady i na budoucnost. A pokud v tomto čísle zmiňujeme i přírodní vědy, pak můžeme jedním dechem říct to stejné i o výsledcích v přírodovědné gramotnosti: výsledek průměrný, nicméně za poměrně krátké časové období od roku 2006 do roku 2009 doznaly výsledky českých žáků druhého nejvyššího zhoršení mezi zúčastněnými zeměmi. Ke zhoršení došlo ve všech druzích škol kromě středních odborných škol bez maturity, kde se výsledky téměř nezměnily. Zatím poslední „matematickou diskusi“ vyvolaly státní maturity z matematiky. Jak v rozhovoru pro Hospodářské noviny připustil i dlouholetý zastávce povinné maturity z matematiky a ředitel PORG Václav Klaus ml., i on jako vystudovaný matematik počítal úlohy hodinu a padesát sedm minut, což rozhodně neodpovídá tomu, jak by měla státní maturita vypadat. Zřejmě by neměla být IQ testem, který vyplňujeme pod časovým presem, bez možnosti hlubšího přemýšlení, a může být spíše otázkou osobní psychické odolnosti,

než trvalé znalosti. S Václavem Klausem lze souhlasit i v tom, že následná „harmonizace“ ze strany Cermatu, který je odpovědný za kvalitní přípravu státních maturit (a rozhodně v tomto směru netrpí nedostatkem finančních prostředků), je spíše podvodem s výsledky s ohledem na veřejné mínění. Naopak lze v tomto ocenit přístup nového ministra školství Petra Fialy, který chybu otevřeně přiznal a jménem ministerstva se maturantům omluvil. Stále více však na význam matematiky upozorňují soukromé firmy, které si uvědomují, že matematika není jen o počítání, ale o způsobu myšlení, logickém a systematickém uvažování, které se následně promítne v celé řadě dalších dovedností a znalostí. Jednou z iniciativ je Matematika s chutí, která se snaží podpořit učitele matematiky na nejnižších stupních v tom, aby se snažili děti více zaujmout, a ztraktivnit tak tento často neoblíbený předmět. Komplexní odpovědí na otázku „jak matematiku ztraktivnit“ je však spíše ucelená a vyzkoušená metodika, podpořená již hotovou sadou učebnic, kterou se v tomto vydání rovněž zabýváme.

## SOUTĚŽ

Otázka povinné maturity z matematiky byla již v médiích položena mnohokrát, často však na ni odpovídala široká veřejnost se svým osobním pohledem opřeným o vlastní zkušenost. Jaký je však váš názor? Znechutila by tato povinnost matematiku žákům ještě více? Nebo by byla návratem k důrazu na exaktní vědy a logické přemýšlení? Napište nám svůj názor a získejte jednu z uvedených cen:

### Měla by být maturita z matematiky povinná?

- A) Ano, určitě by byla prospěšná.
- B) Ne, vedlo by to jen k dalšímu biflování pro účely testu a žáci a studenti by měli matematiku ještě méně rádi než nyní.
- C) Asi by to bylo prospěšné, ale obával/a bych se toho, aby se matematika nezvrhla jen v přípravu na úlohy v testu.
- D) Mám jiný názor: myslím si, že...

Odpovědi nám prosím zašlete do 30. června 2012 e-mailem na adresu redakce: [redakce@modernivyucovani.cz](mailto:redakce@modernivyucovani.cz) (do předmětu e-mailu uveďte slovo „soutěž“).



### Pro tři z vás, jejichž odpovědi vylosujeme, máme připraveno:

- sadu učebnic matematiky FRAUS pro 1. až 5. ročník ZŠ a
- nové (či prodloužení stávajícího) předplatné časopisu Moderní vyučování na jeden rok. Nové předplatné rovněž můžete darovat jiné škole.

Partnerem soutěže je nakladatelství FRAUS.

# Každé dítě musí zažít radost z poznání a pocit vlastní autenticity při řešení otázek

**Rozhovor s prof. Milanem Hejným o matematice, která děti baví a učí je logicky a systematicky přemýšlet**

připravila Leona G. Šteigrová

Na matematiku existuje řada velmi rozporuplných pohledů. Jaké jsou vaše vzpomínky? Nebavila vás, báli jste se písemek, chtěli jste ji mít už za sebou, děsila vás možnost povinné maturity z matematiky? Nebo jste patřili k těm šťastnějším, kteří v ní objevili její kouzlo a význam pro budoucí život? Na řadě českých škol se již naštěstí zabydlel k výuce matematiky přístup, který klade hlavní důraz na poznání, na radost z řešení otázek, na zapojení i těch nejslabších žáků. Přístup, který v budoucnu dětem otevře dveře všude tam, kde je třeba logické a systematické myšlení. O této metodě výuky matematiky jsme si povídali s jejím tvůrcem prof. Milanem Hejným.

**Co vás osobně na matematice tak upoutalo, že jste se jí rozhodl celoživotně věnovat?**

Nemohu říct, že bych na základní škole v matematice exceloval, možná naopak. Měl jsem ale velice chytrého otce, jenž mi ukázal i jiný pohled na matematiku – který byl úplně jiný než ona „školská matematika“. Právě díky tomuto jeho přístupu jsem ale předčil své spolužáky ve chvíli, kdy přišly na řadu zlomky či záporná čísla, kterým jsem díky tatínkově matematice rozuměl. Pak už přišly na řadu olympiády v matematice, a tak jsem šel nakonec studovat matematicko-fyzikální fakultu do Prahy.

**Od počátku jste se chtěl věnovat práci s dětmi – didaktice matematiky?**

Hlavní impulz ve mně vzbudil až zážitek s mým synem, který podle mě byl na matematiku dobrý, ale jeho postupy pro řešení úloh nebyly shodné s těmi, které vyučovala a chtěla od žáků vidět paní učitelka. Jeden z nesouladů s přístupem této paní učitelky mě přivedl k tomu, abych sám začal učit. Domluvil jsem si tedy na jedné škole možnost bezplatně vyučovat jednu třídu, přičemž můj vědecký zájem se přeorientoval právě na práci s dětmi a výuku matematiky. V této činnosti se ke mně přidalo ještě několik kolegů, se kterými jsme pak své poznatky a zkušenosti shrnuli do dodnes používané publikace k metodice matematiky. V těch dobách vznikl i můj deník, kam jsem si opět na radu svého otce zapisoval vše, co mě překvapilo, čemu jsem nerozuměl. Nyní je to pro mě velmi cenný

materiál pro práci na didaktice a metodice matematiky.

**Počítal jste od počátku s tím, že z vašeho přístupu k matematice vzniknou učebnice využívané dnes na školách?**

Vůbec ne. Svě poznatky z vyučování a vědecké práce jsem považoval spíše za teorie. Nicméně mě oslovilo vydavatelství Fraus s nabídkou vydat učebnice matematiky pro 1. až 5. ročník. Věřím, že tyto učebnice přinášející naprosto odlišný přístup jsou investicí do budoucnosti.

**Kudy tedy vede cesta od teorie k praktické výuce?**

Mně a našemu týmu pro přípravu učebnic bylo od počátku jasné, že nejdůležitější je vyzkoušet učebnice v praxi – protože pokud by to děti nebraly, bylo by to k ničemu. I zde jsme však měli velké štěstí, protože u nás studovala paní Jitka Michnová, z jejíž diplomové práce bylo evidentní, že je právě tou učitelkou, kterou hledáme. Naší metodě od počátku věřila a výsledky, které ve třídě měla, byly skutečně neuvěřitelné. V médiích toho bylo o jejich výsledcích napsáno již mnoho – včetně toho, kdy v soutěži Cvrček dosáhlo z více než osmi tisíc dětí Středočeského kraje plného počtu bodů jen 25 dětí, z toho pět žáků Jitky Michnové. Co je ale z mého pohledu mnohem důležitější než tyto špičkové výkony, je fakt, že její nejslabší žák, který byl v první třídě v psychologické poradně navržen do praktické školy, byl lepší než středočeský průměr.

**Každé dítě musí být v hodině intelektuálně přítomno**

**Vy se tedy snažíte svým přístupem zaujmout matematikou všechny děti a nevyhledávat jen ty matematicky nadané?**

Přesně tak, toto není elitářská učebnice pro „horních deset tisíc dětí“, to je skutečně komplexní učebnice pro každého. Klíčové zde je, aby každé dítě během hodiny bylo zaměstnáno, něco dělalo, bylo intelektuálně přítomno.

**Poznání nepřichází zvenčí, od učitele či učebnice, dopracovat se k němu musí každý sám**

**Co tedy ve svém přístupu považujete za nejdůležitější?**

Poznání žáci nedostávají ani od učitele, ani od učebnice. Poznání nepřichází zvenčí. K poznání se dopracují děti samy. Tato cesta k poznání je samozřejmě dlouhá. Tradiční učitelé mohou být iritováni tím, že celou hodinu stráví jednou úlohou, možná ji ani nedořeší. Normálně by jich vyřešili osm. Jenže on či ona si absolutně neuvědomí, že zde nejde o nácvik řešení úloh, ale především o rozvíjení myšlení. A když se děti podílejí na hledání samotného řešení, doberou se k výsledku, který není „cizí“, je skutečně jejich, ony na něj přišly. Navíc pečlivě pracujeme s rozdílem mezi procesem a konceptem – přirozeně je nám dáno, že naše myšlení prochází procesem, aby došlo ke konceptu. Tradičně to ale ve



škole činíme naopak – ukážeme dětem vzoreček, tedy koncept, a pak je nutíme dosazovat do něho, aniž by prošli procesem poznáním.

**I nejslabší dítě musí zažít radost z poznání**

### Lze však tento přístup aplikovat ve třídě, kde jsou různě nadaní žáci?

Přirozeně. Jen musí být výuka organizována tak, aby i ti nejtalentovanější žáci, i ti nejslabší, pracovali. My jsme připravili úlohy, při nichž si každé dítě může určit tempo, jakým jde vpřed. I to nejslabší dítě ale musí zažít radost z poznání. Musí mít onu radost, že řešení vymyslelo, že není takříkajíc intelektuální příživník. Žák ví, že není tak rychlý jako někdo jiný, ale také ví, že sám na řešení přišel – že ten je autentický, nikoli protetický.

**Nejlepší učitel dětem nic neprozrazuje, odpovědnost za chybu nechává na nich, je jim ale skutečným partnerem**

### Co je tedy nejdůležitější vlastností učitele, aby takto děti vedl?

Nic dětem neprozradit, umět se jim přizpůsobovat a být jim partnerem. Děti mohou najít nejrůznější řešení, mít řadu nápadů, ale učitel není od toho, aby jen říkal, co je dobře a co špatně. Z toho, přiznávám, má řada učitelů strach. Strach z toho být přistižen, že třeba i něco neví. Učitel nemá vstupovat do myšlenkových pochodů dětí a odpovědnost za případnou chybu má nechávat na nich. Zde totiž zcela platí, že chyba je cesta k poznání. Pokud se dítě dopustí chyby, tou nejhorší variantou je říct mu: „Tady je chyba, mělo to být tak a tak.“ Tím ho odstavíme pouze do role konzumenta. Ideální řešení je ukázat jinou úlohu, při níž si děti samy uvědomí svou předchozí chybu.

**Sloupečky úloh nejsou o poznání, ale o stereotypním, nudném nácviku – který nikam nevede**

### Je tento přístup pro děti přirozenější, snazší?

Samozřejmě. Své poznání nepřebírá žák od autority, od učitele, ale od svého kamaráda, jazykem jemu blízkým, velmi přirozeným způsobem. Nezahláň ho to do kouta. A navíc vychází i z genetické podmíněnosti, která je patrná i v kognitivní sféře – děti jsou „naprogramovány“ na to, aby postupovaly nahoru, aby poznávaly nové věci. Pokud jim dáme sloupečky úloh, kde není poznání, ale jen stereotypní nácvik, nebaví je to, jsou tím otráveni. A nejhorší je, že ti slabší žáci, mezi které jsem patřil i já, se pak jen bojí, že se bude zase počítat, že ostatní pak učitel pochválí, jak jsou rychlí, kdežto oni budou zase ti pomalí. Suma sumárum

– na jedné straně frustrace, na druhé nuda. To je pravý opak toho, o co se snažíme my.

### Jaký pokrok děti touto metodou v matematice dělají?

Obecně víme, že děti v první třídě nemají jít nad číslo dvacet, ve třetí třídě nad tisícovku. Pokud však necháváme děti v první třídě tvořit vlastní úlohy, pro spolužáky nebo pro učitele, ony samy tam použijí i milion. My dospěli se tváříme, že to nesmějí, ale oni tomu rozumějí. Zde je patrný ten obrovský intelektuální potenciál, který naše malá země má. My se jej ale jakoby snažíme nerozvíjet. Jenomže velké země si mohou dovolit vychovávat extenzivně – udržovat slabší průměr a pečovat o svou špičku. Malé země, jako jsme my, si to dovolit nemohou. My nesmíme nechat promarnit talenty, které máme.

### Zmínil jste složitější příklady – je tedy možné vaší metodou přistupovat i ke složitější matematice?

I vysokoškolskou matematiku lze takto vyučovat. Já tak například vyučuji budoucí druhostupňové učitele teorii množin hlavně pomocí úloh. Bohužel studenti mají často za sebou tak dlouhé školování vzorcologie, že jsou pak nešťastní, pokud jim řeknu, aby si vzoreček objevili sami. A když už ho objeví, chtějí ode mě potvrdit správnost tohoto zjištění. To by se u dětí zvyklých na naši metodu nestalo. Jinak v tuto chvíli pracujeme na sbírkách úloh, které by byly pro 6. až 9. ročníky, nicméně podle některých učitelů jsou některé naše úlohy složité i pro maturanty.

### Tento váš přístup zní však spíše jako obecný princip, aplikovatelný na všechny předměty, zejména na ty méně oblíbené a pro děti neatraktivní. Nebo je skutečně jen výsadou matematiků?

Matematika má v tomto výsadní postavení, protože s poměrně malou faktografickou a pojmovou výbavou lze formulovat hodně těžké úlohy a zejména jejich široké spektrum. Proto je pro tuto metodu tak vhodná.

### Tento postoj však významně mění i způsob myšlení, přístupu k problémům. Projevuje se to v jiných předmětech?

Zkušenosti s tím mají zejména naši učitelé, nicméně pokud vím, zlepšuje se tím ruku v ruce například i čtenářská gramotnost, protože děti častěji musí vyjádřit svůj názor, vysvětlit ho, prezentovat jej. To vede k soustavné kultivaci jazyka a schopnosti porozumět a vyjadřovat se.

### Největším úspěchem je skutečný zájem dětí o matematiku

### Kolik škol dosud na tuto metodu výuky matematiky přešlo? Přece jen tak hluboko?



### Prof. RNDr. Milan Hejný

Po absolvování Matematicko-fyzikální fakulty na Karlově univerzitě v Praze (1959) působil na ČVUT v Praze, VŠD v Žilině, MFF v Bratislavě a od roku 1991 působí na Karlově univerzitě, kde v roce 1993 získal titul profesora matematiky a didaktiky matematiky. Milan Hejný mnoho let učil matematiku na základních školách a od roku 1976, kdy společně se svým otcem Vítem Hejným založil letní školy Pythagoras, věnuje všechny svoje síly výzkumu, přípravě budoucích učitelů a práci s učiteli nejen v ČR a SR, ale i v zahraničí (například v Montrealu vedl dvouměsíční intenzivní kvalifikační kurz učitelů Kanady). Po roce 1989 krátce působil i jako náměstek ministra školství. Za svoji pedagogickou a vědeckou práci byl prof. Hejný oceněn nejvyšším vyznamenáním Jednoty českých matematiků i nejvyšším vyznamenáním Jednoty slovenských matematiků a fyziků. Prof. Hejný je světově uznávaný odborník, který přednášel na mnoha mezinárodních konferencích a dlouhodobě působil na univerzitách v USA a Kanadě.

### Ká změna není v učitelské praxi snadným přestupem.

Máte pravdu, že přechod k této metodě je náročný. Snažíme se pořádat semináře, kde chceme učitelům s tímto přístupem pomoci. Spoléháme také na zvyšující se počet učitelů, kteří tuto metodu začali využívat, přičemž je o její účinnosti přesvědčil především obrovský zájem dětí. Zájem, se kterým se do té doby nesetkali. Ač se tedy využívání naší učebnice šíří jen postupně a někdy pomalu, objevuje se spolu s tím řada učitelů s velkým „U“ – kterým záleží na dětech, naplňuje je jejich zájem a radost z poznání, jde jim o to, že děti vidí šťastné.

### Co je pro učitele často největší překážkou?

Možná pocit, že jejich znalosti jsou nedostatečné. Že na to, co děti nakonec počítají, ani nestačí. Na tom ale není nic špatného. Učitel sem nepřichází jako všeznalý mudrc, ale jako někdo, kdo přináší otázky a úlohy, povzbuzuje děti...

**Alarmujícím sdělením mezinárodních výzkumů je zvyšující se nelibost žáků vůči matematice**

**Myslíte si, že impulzem pro změnu našeho přístupu k matematice mohou být zhoršující se výsledky, například v PISA?**

Osobně považuji za nejvíce alarmující zvyšující se nelibost žáků vůči matematice. Tedy vztahovou záležitost, která má pak obrovský dopad na řadu dalších proměnných. Navíc se jedná o setrvačný, dlouhodobý problém. Pokud jde o poznatky, tam

už nejsem tak negativní – může to být věcí našich osnov. Vezměme například zlomky, ve kterých naši žáci dopadli špatně, protože se s nimi do páté třídy nesetkají, což je podle mě velká chyba. V našich učebnicích s nimi pracujeme již od první třídy – každé dítě přece ví, co je polovina.

**Školy často plýtvají talentem dětí**

**Jsou v zahraničí nějaké obdobné metody?**

Abych pravdu řekl, o žádných nevím. Spíše nás kontaktují z jiných zemí, ale bohužel je to více na akademické bázi. Nyní máme velmi dobrou spolupráci s Polskem, z něhož bych zmínil práci Edyty Gruszczyk-Kolczyńskiej, která svým testem měří matematické nadání dětí. Test na 500 dětech provedla při příchodu do první třídy, talentovaných na matematiku bylo mírně přes 50 %. Po půl

roce ve škole je to již jen 10 %. To je velmi alarmující plýtvání talentem.

**Jaké postavení by měla mít matematika ve škole? Měla by být například povinná maturita z matematiky?**

Máme-li k dispozici kalkulačky, mohla by být současná matematika ve škole vlastně fakultativní. To, co by měla skutečně žákům a studentům otvírat, není jednoduché počítání, ale způsob myšlení. Myšlení, které potřebuje i archeolog či právník. Přemýšlet logicky, organizovat věci, systematicky je promýšlet. Jak by například vypadaly naše současné zákony, kdyby lidé vládli pravidly logiky? Určitě by byly bez tolika chyb a potřeb doplnění a oprav. A povinná maturita? Určitě bych byl proti, protože si jsem téměř jistý, že by vedla jen k dalšímu zbytečnému biflování bez porozumění.

## Hejného matematika v učebnicích



**Přestože netradiční metoda výuky matematiky profesora Hejného zaujala několik nakladatelů, nikdo nenašel odvahu se do vydání učebnice pustit. Rozhodný krok nakonec udělalo Nakladatelství Fraus a před sedmi roky se do projektu „Hejného matematika“ pustilo.**

„Vůbec jsme neměli tušení, jak to dopadne. Vnitřně jsme cítili, že je to dobrá cesta, ale zároveň nám bylo jasné, že hodně trnitá. Velkým otazníkem pro nás bylo, zda se po ní budou chtít učitelé vydat,“ vzpomíná na časy rozhodování odpovědná redaktorka projektu Jana Tomšíková.

Jak dále přiznává, trvalo dva roky, než se dostavily první výsledky. „A byly úspěšné! Od učitelů, kteří novou metodu ověřovali přímo v prostředí výuky, jsme začali získávat první pozitivní reakce. Ty se týkaly především viditelného rozvoje matematického myšlení u žáků, jejich radosti z objevování a osvojování si nových znalostí a vědomostí,“ popisuje Tomšíková. Správnost rozhodnutí hledat nové cesty ve výuce matematiky pak v roce 2009 ukázalo mezinárodní testování vědomostí žáků (PISA). Podle něj se patnáctiletí Češi umístili v podprůměru čtenářské gramotnosti a o mnoho lépe nedopadli ani v matematice a přírodních vědách. Právě úlohy v PISA jsou určené k testování matematické gramotnosti patnáctiletých žáků jsou vždy zasazeny do určitých reálných situací, což naše děti ve školách příliš často nevidí. Praxe v hodinách matematiky v našich školách

většinou vypadá tak, že učitel při převážně instruktivním vyučování zadává dětem procvičování samotných algoritmů. Hlavní myšlenka nabízené metody spočívá v poznání, že když žák sám řešením vhodných úloh matematiku objevuje, jsou jeho znalosti pevnější, hlubší a trvalejší. To však vyžaduje mít k dispozici bohaté soubory vhodných úloh, jejichž řešením třída opravdu celou matematiku prvního stupně objeví. „Jsme rádi, že právě to se týmu profesora Hejného podařilo v učebnicích matematiky pro 1. až 5. ročník, které jsme vydali. Žáci s jejich pomocí dokážou například velice rychle vyřešit rovnice o dvou neznámých za pomoci krokování, hraním si s ikonkami zvířátek a porovnáváním jejich síly, vážením na vahách, pomocí hadů či pavučin. A navíc je to i baví,“ vysvětluje Jana Tomšíková.

Nakladatelství Fraus nabízí učitelům matematiky ucelenou řadu těchto učebnic pro první stupeň. „Všechny učebnice jsou plně interaktivní, jsou tedy obohaceny o videa, audia, další cvičení, animace a pokračujeme dál. V současné době zpracováváme rukopis Sbírký úloh pro druhý stupeň a sbírka pak projde zkušebními testováními

přímo ve školách. Takže i učitelé na druhém stupni, kteří zatím učili klasickou metodou, si budou moct vyzkoušet netradiční pojetí matematiky,“ dodává Jana Tomšíková.





# Tvořivější, nadšené a zvědavé děti – i to může být matematika

Rozhovor s Jitkou Michnovou, ZŠ Ing. M. Plesingera – Božnova, Neratovice

Již řada učitelů i novinářů se přišla podívat do třídy paní učitelky Jitky Michnové na vyučování, o kterém se toho už hodně napsalo. A každý další, kdo třídu navštíví, zažívá zřejmě stejný pocit jako jeho předchůdci – že takhle by mělo vypadat vyučování, které bychom buď sami rádi ve svých školních letech zažili, nebo bychom jej chtěli dopřát svým dětem. Ani se nedivím, že občas měl někdo i pocit, že to děti s paní učitelkou jen hrají, že ostatní hodiny určitě vypadají jinak. Osobně jsem nikdy nezažila – a tudíž ani nevěřila – že při hodině matematiky (resp. geometrie) je na všech dětech ve třídě patrné zaujetí, každou chvíli se zvedá les rukou – až dokud se nehlásí všichni, a třetáci jako rozcvičku počítají příklady, které daly zabrat i některým dospělým. S paní učitelkou jsme si tedy povídali o tom, kde se bere ono nadšení a co je potřeba k tomu, aby se toto kouzlo ve třídě odehrálo.

**Kdy jste se s metodou poprvé setkala? A proč vás oslovila natolik, že jste se rozhodla svou výuku kompletně odklonit od tradičního způsobu?**

Myslím, že to přinesl sám život. Měla jsem osobní zkušenosti jako žák i jako rodič. Z pohledu rodiče jsem některé věci ve vzdělávání svých synů nepovažovala za nejšťastnější. Chtěla jsem, aby pocit méněcennosti či neschopnosti mí žáci neměli, nezažili. Když pan profesor Hejný mluvil o matematice již na přednáškách na vysoké škole, cítila jsem, že mi mluví z duše. Bylo to přesně to, co jsem potřebovala slyšet, co člověk cítil, že je správné, ale neexistoval odborník, který by řekl: ano, takto můžete učit. Proto jsem i po studii zůstala v kontaktu s fakultou a s metodou začala ve svých třídách. A již od počátku, kdy jsme ve třídě využili byť jen několik experimentálních úloh, se okamžitě dostavil úspěch a pokrok. Mohla jsem se tak přesvědčit o účinnosti této metody ještě dřív, než byla v učebnicích.

**Hejného metoda na mě dělá dojem, že je to spíše obecný přístup, který by byl využitelný v jakýchkoli předmětech. Že to je jiná filozofie v přístupu k žákům a učení, která odstupuje od důrazu na roli učitele a proces vyučování. Lze tedy její myšlenky využít i v jiných předmětech?**

Učitel, který chce být úspěšný v matematice, musí splňovat dvě roviny – využít geniálně zpracovanou metodu pana profesora a současně být učitelem smýšlejícím konstruktivně. Obecně u něj musí platit, že má se žákem partnerský vztah, klade otázky, vyzývá děti k diskusi, vychází



z toho, co znají – místo aby jim dokazoval, co nevědí – nepotřebuje zadávat nadměrné množství domácí přípravy. Pokud se tyto dvě roviny sejdou, je úspěch zaručen. A přirozeně lze zmíněný konstruktivní přístup využít v jakémkoli oboru či předmětu.

**Děti se tak učí jinému způsobu myšlení spíše než pouze „jinak“ počítat. Má to nějaký dopad na jejich přístup a výsledky i v jiných předmětech?**

Matematika je oproti jiným předmětům zejména o rozvoji myšlení. Není jen o logickém uvažování, ale také o kombinatorickém uvažování, o zdravém rozumu

– a to se následně promítá do dalších předmětů. Děti mají mnohem větší tendenci ptát se, chtít vědět „proč“, jdou po příčině problémů. A to pak platí napříč předměty. Navíc se mi vybavuje scéna s jednou paní vychovatelkou, která mi potvrdila obrovský rozdíl mezi skupinami, které se učí naší metodou, a těmi, které ne. Mí žáci, pokud od paní vychovatelky dostali například nějakou šablonku a chyběl k ní nos, se okamžitě zvedli, vzali papír a nůžky a vyrobili si ho. Ostatní seděli a čekali, až jim někdo pomůže a dá jim to, co chybí. Obecně bych tedy řekla, že jsou tvořivější a nebojí se. A to je pak patrné ve všech jejich činnostech.

## Zůstává mezi dětmi rozdíl podle talentu na matematiku – že je ve třídě pár skutečně talentovaných a ostatní víceméně s matematikou bojují? Nebo dává větší šanci i těm, řekneme, „slabším“?

Naše matematika není určitě jen pro ty nadané, spíše naopak. Je ale pravda, že se díky ní ve třídě významně rozevírají nůžky – ti talentovaní jdou neuvěřitelně dopředu. Skutečně jsem měla na konci páté třídy děti, které byly absolutně suverénně schopny řešit soustavy rovnic. Slabý žák se sice k tomuto nedobere, je pomalejší, delší dobu setrvá u některé činnosti, ale dělá také významné pokroky. Co má tedy umět páták, to i naše slabší děti skutečně umí.

## Jsou pro vás výsledky dětí v olympiádách a výzkumech tou hlavní hnací silou proč v této metodě pokračovat?

Nadšení dětí. To je pro mě hlavní motivací. Výsledky v soutěžích a výzkumech jsou již hmatatelné výsledky, které jsou vidět. Dokud se ale nedostaví, což trvá třeba pět let, je skutečně hnací silou a nejsilnější motivací nadšení našich dětí. Matematika se učí velmi dobře, hodiny jsou pestré, žádné stereotypy, děti to baví a baví to i mě.

## Předpokládala bych, že argumentem proti této metodě je názor, že je nutné stihnout všechnu látku, že není prostor si v hodině hrát...

Naše metoda je o tom, že děti získávají poznatek ze zkušenosti, ze své činnosti. A postupem času je z toho složitější matematika. Dokud jsme ve fázi získávání zkušenosti, jeví se celá metoda, jako že si jen hrajeme. Pravdou ale je, že děti už v této fázi sbírají hlubší poznání, které se posléze zhodnotí. V první, ve druhé třídě se tedy může zdát, že děti nedělají pokroky, ale již ve třetí třídě, když vše matematicky zapíšeme, je náhle patrné, že děti udělaly skutečně hodně a že jsou výrazně dál než jejich vrstevníci v jiných třídách. Ony už klidně násobí i v oboru velké násobilky, pracují se zápornými čísly – a hlavně, není to kvůli tomu, že to po nich někdo chce, ale je to pro ně přirozené. A osobně si myslím, že od třetího ročníku jsme už významně dále než ostatní.

## Jak jsou vlastně děti hodnoceny? Píší se klasické písemné práce?

Hodnocení naší matematiky je skutečně náročné. I zde ale děti píší prověrky nebo úlohy na známky po probrání určité látky. Cvičení na známky píšeme tak jednou za týden, někdy ani to ne. Občas dávám jen jedničky nebo nic. Jde mi o to někam dítě přivést, pomoci mu. Osobně si už ani nevzpomínám, kdy jsem naposledy dala pětku. V pilotní třídě jsme navíc k našim prověrkám psali i ty tzv. běžné prověrky. Jednak jsme chtěli vědět, zda nám někde

něco přece jen neuniká, a také abych mohla i rodičům dokázat, že děti vše zvládají.

## Jak na tento přístup reagují rodiče? Jsou metodou od počátku nadšeni? Nebo to přece jen chvíli trvá, než pochopí, že matematika se dá učit i jinak – než tak, jak na to byli sami zvyklí?

To je velmi důležitá otázka. Rodiče mají přirozeně obavu o své děti a často považují přístup, jakým byli ve škole vyučováni oni, za dostatečný. Já jsem vždy kladla důraz na komunikaci s rodiči a vysvětlení jim hned na počátku, jak celá koncepce naší matematiky vypadá a k čemu jejich děti přivede. Rodičům jsem na schůzkách například předkládala některé úlohy, aby pochopili matematickou hloubku, která se za nimi skrývá. Současně mám zkušenost, že od třetího ročníku se situace významně uklidňuje – děti již vše převádí do matematických zápisů, které jsou rodičům blízké, a navíc přicházejí první soutěže a úspěchy, jež jsou pro rodiče silným argumentem. Obecně ale musím říct, že skutečně nelze komunikaci s rodiči podceňovat. Naše matematika je zabudována do tzv. prostředí, která nejsou pro rodiče srozumitelná. A samozřejmě, chtějí-li se rodiče s dětmi učit, tomuto přístupu nerozumí. Proto je v případě matematiky prosím, aby se s dětmi neučili a nepomáhali jim. Dětem nedávám domácí úkoly a nic navíc od nich nechci, a i přesto vše zvládají.

## U vás tedy neexistují domácí úkoly?

Určitě ne povinné úkoly z matematiky. Máme ale série dobrovolných úkolů, kterými se děti i baví. Nicméně dostávají úkoly v jiných předmětech, například v češtině.

## Co myslíte, že je největší brzdou pro širší využívání této metody? Proč je stále ještě rozšířena na malém počtu škol?

Myslím, že brzdou mohou být peníze. Školy často nemají prostředky na školení učitelů. My nemáme prostředky na školení lektorů, a tak dalším učitelům přednáší stále jen autorský tým, kde jsou všichni vázáni svou hlavní pedagogickou činností. Co mohu potvrdit, je však zájem o naše konference, letní školy a semináře, které jsou vždy plné.

## V čem je využití této metody nejnáročnější?

Určitě není náročné na zázemí školy, na finanční prostředky. Na co je naopak velmi náročné, je učitel. Buď to musí být skutečně konstruktivně smýšlející učitel, nebo se tomu musí alespoň blížit. Řada učitelů to v sobě má, jen o tom nevědí nebo si sami sobě nedovolili to připustit. Když ale učitelé řadu přežívajících předsudků opustí, uvolní se a budou s dětmi přirozeně pracovat, věřím, že budou úspěšní.

## Jitka Michnová

Vystudovala Pedagogickou fakultu Univerzity Karlovy v Praze, obor učitelství pro 1. stupeň základní školy. Pracovala nejprve jako učitelka v mateřské škole, rok působila jako vychovatelka na základní škole v Neratovicích, kde zůstala jako učitelka 1. stupně. Spolupracuje s PedFUK Praha jako externí učitel v oblasti didaktiky matematiky či na dalších projektech a DVPP. Od roku 2006 je rovněž lektorkou Akademie moderního vzdělávání a spoluautorkou učebnic matematiky pro 1.–5. ročník nakladatelství Fraus. Mezi její záliby patří ruční práce všeho druhu a čtení knížek všeho druhu.

## Pokud by se chtěl ředitel/učitel rozhodnout, že na tuto metodu také přistoupí, co by měl být jeho/její první krok?

Vřele doporučuji vzít učitele do otevřených hodin, aby viděli děti. Je to podle mě určitě nejúčinnější, protože pokud o tom s někým jen hovořím, zní řada věcí neuvěřitelně. Současně není nejvhodnější učiteli nařídít, že musí podle této metody učit, aniž by k ní sám přilnul. Může pak totiž sklouznout k tomu, že sice vezme naše učebnice, ale dál učí instruktivně, a nedostane se tak k očekávaným výsledkům.

## Inspirují se u vás vaši kolegové?

Ano. A už zaznamenali i své úspěchy, například výsledky v soutěži Cvrček – v mé třídě se to už bere jako samozřejmost, ale úspěchy se objevují i u mých kolegů, což mě ohromně těší.

## Na závěr jedna aktuální otázka – byla byste pro povinnou maturitu z matematiky?

Trochu bych se obávala, aby se z matematiky nestalo jen učení se pro maturitu. Stereotypní dril maturitních úloh.



# Napsali jste nám o vaší zkušenosti s matematikou...

**Matematika je královnou věd, skrývá v sobě velké množství pojmů a pravidel**

připravila  
Mgr. Renata Mikolašová, třídní učitelka 5.A  
ZŠ v Komenského ulici v Bílovci

Dobrý učitel si vybere cestu, která vede k rozvoji jeho žáků. Nemusím ve výuce použít jen jednu učebnici, ale jak vyplývá z názorů, počítali jsme i z jiných alternativ, využívali jsme v hodině také PC programy. Matematika dnes není jen o plus a minus, ale o aplikaci těchto znalostí v praxi. A přesně takovou změnu požadují po učitelích odborníci. Nebojte se, kolegové, a zkuste něco, co přinese do vašich hodin změnu a opravdové matematické pracovní prostředí.

## Volba učebnice

Vzdělávání v oboru matematiky klade důraz na důkladné porozumění základním myšlenkovým postupům a pojmům a jejich vzájemným vztahům. Když jsme před pěti lety vybírali nové učebnice pro prvňáčky, naše volba padla na učebnice nakladatelství Fraus. Plně vyhovovaly výstupům

RVP a našemu ŠVP, měly přehledné roční plánování, ve svém obsahu neopomíjely ani průřezová témata. Učebnice i pracovní sešity byly pestré jak ve vztahu k metodám a formám práce, tak svým obsahem a náplní. A tak jsme v září 2007 začali pracovat s učebnicemi, které byly pro vyučující nové

a netradiční. Každá hodina předpokládala důkladnou přípravu učitele a znalost jednotlivých prostředí, které učebnice nabízejí. Metodika je zpracována velmi dobře a byla, hlavně v začátcích, velmi dobrou a důležitou podporou a vysvětlovací oporou.

## Ohlasy rodičů

Občas jsme zaznamenali hlasy rodičů, že sami nechápou, co mají děti doma dělat, co právě procvičují a počítají. Chyběly jim klasické sloupečky s příklady. Děti ovšem většinou věděly, co mají doma procvičovat. Orientovaly se v jednotlivých prostředích, objevovaly svět matematiky zkrátka jinak než jejich rodiče doposud. Proto by měl být každý učitel komunikačně zdatný,

aby dokázal ovlivnit postoj rodičů k různým metodám či vyučovacím formám. Musí umět vysvětlit, proč pracuje s dětmi tak či onak. To bývá mnohdy nejsložitější – přesvědčit okolí, že tvořivost, kreativita, odvaha riskovat jsou přece vlastnosti, které táhnou výkon nahoru a nutí děti přemýšlet. Tyto učebnice jsou založeny na novém přístupu k výuce, na výchově

k tvořivosti a samostatné práci. Zohledňují žáky z hlediska nadání a vlastního tempa. Podporují geometrii, která je v praxi neodmyslitelnou součástí vědění. Jsou určeny jak dětem nadaným, tak i těm, které mají s výukou z různých důvodů potíže. Děti diskutují, argumentují a přicházejí na postup řešení samy.

## Co na to naši žáci

**Ondřej:** „Z matematiky se mi učilo dobře, líbily se mi pyramidy, pavučiny a indické násobení. Některé příklady se mi zdály těžké, nejde mi děda Lesoň. Rodiče říkají, že máme hodně složité učebnice.“

**Barbora:** „Z učebnice se mi učilo dobře, nejvíce mě bavily logické slovní úlohy, také

úlohy o rodině Klosových a Malých. Moc mě nebavila zvířátka dědy Lesoň a geometrie. Nejlepší byl vždy závěr učebnice – Žáci sobě.“

**Vendula:** „Z této učebnice se mi učí dobře, nejvíce pak geometrie. Taky jsem v ní dokázala lépe pochopit zlomky, než mi je

vysvětlovali doma rodiče. Mám ráda ještě slovní úlohy.“

**Ondřej:** „Z těchto učebnic se mi učilo dobře, byly v nich záladné logické úlohy. Mohlo by jich tam být ještě víc.“

## Názory žáků, kteří se v předešlých ročnicích učili podle jiných učebnic:

**Barbora:** „Tyto učebnice jsou úplně něco jiného. Moc se mi líbí. Někdy byly příklady moc těžké a nedala jsem to. Ale jindy zase ano. Líbily se mi i obrázky.“

**Renáta:** „Byl to dost velký rozdíl. Na učebnicích se mi líbí zvláštní úkoly – pyramidy, pavučiny a některé slovní úkoly.“

**Eliška:** „Mě překvapily pyramidy a úkoly na Pravdu a Nepravdu.“



Hlubší porozumění sčítání

**Doplň číslo**

Bydleli jsme v 5. podlaží.  
Přestěhovali jsme se o 2 podlaží výše.  
Ve kterém podlaží bydlíme teď?  
Teď bydlíme v \_\_\_ podlaží.

**Doplň, aby byl součet tří sousedních políček 6**

•••   ••   •

••   •   •••

•••   ••   •

••   •   •••

**Vyřeš a krokuj**

5 → → → → →   1 → → → ← ← →

9 → → ← ← ← ←   15 ← ← ← ← → → ←

11 ← ← ← ← → →   4 → → → → ← ←

**Spoj 3 čísla a vytvoř 9**

9 =   +   +     9 =   +   +  

9 =   +   +     9 =   +   +  

**Hra**

Bylo by dobré, aby si žáci situaci nakreslili. Obrázek pomůže také u slovní úlohy na straně 24.  
Jeden žák zavěli: „Postav se na pětku, jdi 4 kroky vpřed, pak 2 kroky vpřed. Ted!“  
Žáci řeší úlohu v lavicích. Pak si zvolí žáka, který výsledek odkrojuje.  
Postupně tak řešíme všech 6 úloh.

1. ročník ↑

1. ročník ↓

Práce se strukturovanou informací

**Doplň**

závodník							
pořadí							

Za č. 5 jsou hlemýždi č. \_\_\_\_.  
Hned za č. 5 je č. \_\_\_\_.  
Před č. 4 jsou hlemýždi č. \_\_\_\_.  
Hned před č. 4 je č. \_\_\_\_.  
Za č. \_\_\_\_ následuje č. 2.  
Před č. \_\_\_\_ je č. 5.

**Doplň, aby byl součet tří sousedních čísel 8**

4	2			1			
3	1	7		5		0	
1	5	0	2				2
4	2	2	4				



**Jak jsem nakupoval**

Koupil jsem	Za kolik Kč	Platil jsem
	7 Kč	1 Kč 2 Kč 5 Kč 10 Kč
	12 Kč	
	14 Kč	

**HRA**

Odeber 4 dřívka, aby zůstaly jen 2 čtverce.

Jak by se řešení změnilo, kdybychom místo součtu 8 požadovali jiný počet, např. 11 nebo 12, 9 a 10?  
Snažte se plátno najít v různých polích. Doplňte do tabulky poslední řádek.

Zpracování informace

**Bus**

Může každý nákup zaplatit pouze třemi mincemi?

Koupil jsem	Za kolik Kč	Platil jsem
	13 Kč	1 Kč 2 Kč 5 Kč 10 Kč
	16 Kč	
	8 Kč	
	14 Kč	

**Doplň**

2 3 + = 6   1 + = 5

**Vyřeš šifru**

8 - 5 = \_\_ A   11 + 3 = \_\_ M  
12 + 4 = \_\_ C   3 + 6 = \_\_ R  
9 + 8 = \_\_ J   15 - 3 = \_\_ U  
3 - 1 = \_\_ S

**Zapiš kolik**

Žlutých je o \_\_ více / méně než zelených.

**Kolik cestujících jelo v autobusu na úseku od A do B? Kolik na úseku od B do C? Kolik na úseku od C do D? Poslední řádek si vyplní žák sám.**

9 12 14 16 3 17 2

1. ročník ↑

3. ročník ↓

Aritmetické algoritmy

**Písemné odčítání III**

1 John nám předvedl, že lze jeho způsob písemného odčítání použít ve všech případech. Vypočítej stejně jako John: a) 63 - 28; b) 84 - 37; c) 57 - 49.

7 2 = 4 0 + 3 2   6 3   


- 3 4   - 3 4   6 + 3 2 = 3 8   - 2 8   


8 4   


   5 7   


- 3 7   


   - 4 9   


2 Doplň tak, aby byl součet dvou čísel ve vybarvených polích 9.

	2
6	

	3
	16

5	
	11

2	1

9

3 Každý ze čtyř barevných útvarů rozděl na dvě části a slož z nich čtverec.

4 Ema má 10 Kč. Má pětkrát víc než Jan. Kolik korun má Jan?

Přeměna rovinných útvarů (rovinná chirurgie) patřila k základním geometrickým dovednostem řeckých matematiků. Slavnou Pythagorovu větu budeme v budoucnu dokazovat tímto nástrojem.

## Sousedé Aritmetické vztahy **7**

1 Dopln tak, aby byl součet tří sousedních čísel 7.

	1	2									
--	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--

	4		3								
--	---	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--

	2										1
--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---

2 Z původních peněz nám zbylo 120 Kč. *PŮVODNĚ JSME MĚLI → 100 20 20*  
 Jakou částku jsme již utratili, jestliže jsme na začátku měli: *TOLIK NÁM ZŮSTALO → 100 20*  
*UTRATILI JSME → 20 20*  
 JAKÁ JE TO ČÁST PŮVODNÍCH PENĚŽ?

a) 240 Kč; d) 150 Kč;  
 b) 180 Kč; e) 144 Kč;  
 c) 160 Kč; f) 140 Kč?

3 Dopln do tabulky indického násobení chybějící číslice.

		1
2	8	0
		7

		4
4		2
		5

		3	6
		4	2

			7
2	5	9	

4 Pokračuj v řadě čísel, až překročíš 100:

a) 4, 11, 18, 25, 32...;  
 b) 1, 9, 17, 25, 33...;  
 c) 2, 8, 14, 20...

100

5 Pokračuj v řadě čísel, až překročíš 200:

a) 5, 24, 43, 62...;  
 b) 19, 30, 41, 52...;  
 c) 37, 45, 53, 61...

200

Již před 4 000 lety lidé znali polovinu, třetinu, čtvrtinu, ...stojedenatřetinu aj. a uměli je používat. Trvalo jim více než 1 000 let, než objevili takový zlomek, jako jsou např. 3/7. Proto i my náročně pojem **zlomek** připravujeme s velkým předstihem tak, jak tomu bylo v historii. 35

## Schody a rovnice 10/15

1 Dopln tak, aby byl součet tří sousedních čísel 10 a součet všech pěti čísel 15.

	4			
--	---	--	--	--

	3			
--	---	--	--	--

	2			
--	---	--	--	--

	0			
--	---	--	--	--

2 Přepiš do sešitu, vypočítej a zkontroluj na kalkulačce.

$9 + 10 + 11$	$3 \cdot 10$	$159 - (70 + 17)$	$159 - (70 - 17)$
$14 + 15 + 16$	$3 \cdot 15$	$258 - (60 + 27)$	$258 - (60 - 27)$
$39 + 40 + 41$	$3 \cdot 40$	$357 - (50 + 37)$	$357 - (50 - 37)$
$51 + 52 + 53$	$3 \cdot 52$	$456 - (40 + 47)$	$456 - (40 - 47)$

3 Do čtvercové mříže narýsuj všech pět typů rovnoramenných trojúhelníků, které může vymodelovat na geodesce (viz str. 48):  
 a) Změř v milimetrech obvod každého z nich.  
 b) Zjisti jejich obsahy.

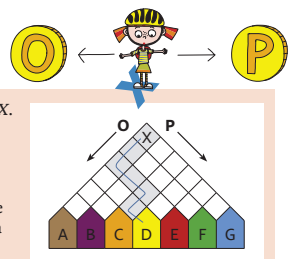
4 Vyřeš do sešitu. Dopln do dvou žlutých polí tři, nebo čtyři šipky tak, aby byl zápis krokování na schodech správný. Šipky ve žlutých polích musejí mít stejný směr. V prvním žlutém poli musí být více, nebo stejně šipek jako ve druhém. Najdi více řešení.

3 → → → →	← ←	5	9 → → → →	← ←	8
17 → → → →	← ←	18	31 → → → →	← ←	31
30 → → → →	← ←	31	32 → → → →	← ←	32

5 Zaokrouhlování můžeme zapsat pomocí znaku  $\approx$ .  
 Například:  $19 \approx 20$     $51 \approx 50$     $45 \approx 50$     $174 \approx 170$   
 Zaokrouhli na desítky a запиš: 28, 97, 7, 555, 264, 802, 4, 346, 65, 999.

**Kalkulačka** je rychlým a výkonným řemeslníkem ve světě aritmetiky. Myslet ale nedokáže. Je „chytrý“ jenom tak, jak chytrý a šikovný je ten, kdo ji používá. 56

## Náhodná procházka



Stojím na horním poli označeném X. Po podlaze se pohybuji podle hodu mincí. Padne-li orel (o), postoupím o 1 pole ve směru šipky o. Padne-li panna (p), postoupím o 1 pole ve směru šipky p. Při každé procházce mám 6 hodů. První procházka byla určena těmito hody: o, o, p, p, o, p. Skončil jsem na poli D. Celý postup zapíši XoooppoD.

1 Vyřeš úlohu:  
 a) Na kterém poli skončí procházka Xpoooppo?  
 b) Najdi procházku, která skončí na poli E. Hledej více řešení.  
 c) Uskutečni 10 procházek a do tabulky zapíši, kolikrát jsi skončil na poli A, kolikrát na B atd.

Na poli	A	B	C	D	E	F	G
Skončil jsem							

E

2 Vyřeš algebrogramy:

a) A · A + AA = 126;	f) JJ + K · K = 124;
b) B · B + C · C = 13;	g) LL + L · L + L = 160;
c) D · D + E · E = 37;	h) MM + N · N = 120 + P;
d) F · F + G · G = 100;	i) QQ + R · R = 120 - S;
e) HH + H · H = 130 - I;	j) UU = U · U + U · V.

3 Pokračuj v řadě, která se láme číslem 50:

a) 5, 20, 35, 50, 65, 15, 30...;  
 b) 1, 3, 5...;  
 c) 1, 5, 9...;  
 d) 5, 13, 21... .....50

4 Kolik let je dohromady bratrům Hančiny tety? (Viz str. 16.)

Při jedné náhodné procházce žádnou hlubší zákonitost nenajdeme. Po tisících náhodných procházkách můžeme vyslovit závažná tvrzení. Taková tvrzení používají při své práci ekonomové, biologové, astronomové, dopravní apod. 60

13 Vyřeš pavučinu, ve které je osm čísel. Zjisti hodnotu žluté i modré šipky, když je:

a) F = 76, G = 115;	b) E = 53, G = 121;
c) E = 66, H = 171;	d) A = 81, H = 195;
e) A = 74, D = 200;	f) E + F = 8, B = 7;
g) E + F = 13, B = 11;	h) E + F = 41, B = 25.

14 \* Vyřeš, když víš, že v horní pavučině se E + F = 31. Zjisti hodnotu žluté i modré šipky, když je:

a) C = 18;	b) C = 38;	c) C = 23;	d) G = 33;	e) G = 19;	f) G = 68;
g) H = 38;	h) H = 110;	i) H = 83;	j) D = 120;	k) D = 32;	l) D = 76.

15 Vyřeš. U prvních tří obdélníků najdi součet jeho čtyř středových čísel. U posledního obdélníku je tento součet 600.

$\begin{matrix} 14 & -210 & - & \\ \hline 238 & & 165 & \\ \hline & & & \end{matrix}$	$\begin{matrix} 14 & -294 & - & \\ \hline 406 & & 126 & \\ \hline & & & \end{matrix}$	$\begin{matrix} 19 & - & - & \\ \hline 380 & & 620 & \\ \hline & & & \end{matrix}$	* $\begin{matrix} 14 & -266 & - & \\ \hline & & & 209 \\ \hline & & & \end{matrix}$
---	---	--	---

16 Vyřeš hady.

:11 -28 :14 +16 -12	:12 :6 :11 +16 :15
○ → ○ → ○ → ○ → ○	○ → ○ → ○ → ○ → ○
1624 →	26 →

17 K Výprava trvala a) 100 hodin, b) 1 000 hodin, c) 10 000 hodin, d) 100 000 hodin. Kolik je to dnů? Kolik je to měsíců?  
 Výsledky najdi jako dělení se zbytkem a pak je zaokrouhli na celé dny a celé měsíce. Měsíc počítáme jako 30 dnů.

18 Jedno z čísel 55, 56, ..., 64, 65 má tu vlastnost, že při dělení kterýmkoli z čísel 2, 3, 4, 5 a 6 vyjde zbytek 1. Které je to číslo?

19 Číslo 169 má tu vlastnost, že při dělení kterýmkoli z čísel 6, 7 a 8 vyjde zbytek 1. Najdi další čtyři trojmístná čísla mající tuto vlastnost.

20 \* Vyřeš algebrogramy.

a) ABC : C = CC	b) ABC : C = BC	c) AAB : B = CB	d) ABA : A = CCA
-----------------	-----------------	-----------------	------------------

## 26 ZÁKONITOSTI, VZTAHY A PRÁCE S DATY

# Matematika v mateřské škole? Proč ne?!

připravila  
Leona G. Šteigrová

Mateřskou školu si bezesporu málokdy spojíme s kroužkem matematiky. O tom, že na tom není nic zvláštního, že to děti baví a dokáže zaujmout i největší zlobily, jsme si povídali s Pavlou Polechovou, která se tomuto tématu věnuje a kroužky sama vede.

**Proč vůbec začínat s matematikou již u tak malých dětí? Nemají na čísla ještě hodně času? A jedná se vůbec o matematiku, jak si ji řada z nás představuje, nebo je to spíše o něčem jiném?**

Děti „si s matematikou začínají“ samy. Tady je důležité poznamenat, že pracují vždy paralelně s vychovatelkou a nemusím se v daný okamžik starat o všechny děti. Mohu být s několika dětmi v malé oddělené místnosti, která je používána i jinými lektorkami a nese hrdý název učebna, ale já ji vnímám jako specializovanou hernu, jejíž zaměření se mění. V úterý a v pátek mezi půl devátou a desátou je to herna zaměřená na matematiku. Možnost přijít do matematické her-

ny mají všechny děti, které v předškolním zařízení aktuálně jsou. Častěji ale rozložíme hračky ve velké hlavní herně, aby se k nim mohly dostat všechny děti zcela spontánně, když je to zrovna napadne – i ty, které by samy od sebe nepřišly.

Pokud jde o zmíněná „čísla“: mluvená podoba čísla se používá běžně, tak jako v rodině, podle potřeby („je tu ještě jedno místečko“, „podej mi druhou ručičku“, ...). Hlavní vychovatelka děti na začátku dne často nahlas počítá a děti čísla jdoucí za sebou opakují s ní. V psané či tištěné podobě ale pracujeme s čísly skutečně jen výjimečně, a to i když se sejde skupinka dětí, která je zná. Já děti čísla neučím, takže ano, myslím si, že je to o něčem jiném, než si většina lidí představuje. Když přišla dcerka hlavní vychovatelky (školačka) poprvé za maminkou, nejdřív se při zmínce o matematice skoro vydělala. Pak viděla naše hračky a změnu postoje nebylo možné na její tváři přehlédnout. O ten jiný postoj nám právě hodně jde.

**Hovoříme-li o mateřské škole – s jak staršími dětmi lze pracovat, resp. vy osobně pracujete?**

Nejmladším dětem, které se o tyto činnosti zajímají, nejsou v některých případech ani tři roky. Dětem těsně před vstupem do povinného vzdělávání umožňují pobyt v matematicky obohaceném prostředí přednostně, ale odcházejí a odpojují se samy a nikdy je ani k přechodu do malé herny nenutím.

**Jaké úlohy či aktivity děláte?**

První inspirací byly učebnice pro 1. třídu týmu prof. Hejného. Najdeme tam třeba

rozvíjení citu pro rytmus – optický i zvukový, takže u nás například používáme uvítací říkanku, při níž lze tleskat a dupat do rytmu. Pak jsou tam různá bludiště, ta děti také velmi rády řeší, což je vstup do metody pokusů a omylů včetně záznamu každého pokusu. Velmi oblíbené je u nás také třídění obrázků na kartičkách nebo dřevěných destičkách podle jejich barev a tvarů. Dále můžeme podporovat schopnost analyzovat situaci vykreslenou na obrázcích, kde jde o určování polohy, směru, porovnání velikostí – vše samozřejmě formou hry a jen pokud a dokud to děti baví. Malé děti mohou hrát kvarteta ve dvou, kdy pracují s negací (musím od druhého chtít to, co nemám). Děti také baví modelovat tělesa ze špejlí a modelíny, hrát hry pracující fakticky s obvodem a obsahem pravouhelníků...

**Jak se k tomu děti staví? Nechtějí si raději hrát?**

Tyto aktivity provádějí děti zcela spontánně, samostatně a proto, že chtějí, takže ony si opravdu vlastně hrají. Jde o to, aby si matematiku mohly užívat nejen v mateřské, ale i v základní škole, neboť víme, že to je možné. Dnes jsem byla se zahraničním studentem u paní učitelky Jitky Michnové, byla to moje třetí návštěva u ní. Opět jsem viděla trvalý a jaksi samozřejmý respekt k diskusi dětí, opět jsem byla svědkem radosti při ohlášení, že následující hodinu bude matematika, viděla jsem hravost a zájem, opět došlo i na výbuch nadšení. Na konci hodiny jsem se od šťastných dětí dozvěděla, že to bylo „hustý“, což je projev nejvyššího uznání. Opravdu je to tak, že žádné dítě se nemusí matematiky bát, naopak si ji může užívat, protože děti experiment, objevování a tvoření milují. Jen to využít!

**Je mezi dětmi patrné, že některé jsou na matematiku nadané, jde jim to od ruky, a jiné spíše ne?**

Některé děti, dokonce i děti kolem tří let věku, mají o matematické aktivity větší zájem a dožadují se slovy „já chci něco dělat“ nebo „ještě, ještě“, ale postupně se chytí všechny. Nevím, co je dřív – jestli zájem, a tedy rozvoj nadání, nebo zda z nadání plyne

## RNDr. Pavla Polechová, CSc.

Vystudovala Matematicko-fyzikální fakultu Univerzity Karlovy v Praze. Řadu let pracovala ve Hvězdárně a planetáriu hl. města Prahy, kde vedla kurzy a kroužky matematiky, astronomie a astrofyziky pro ZŠ a SŠ, poté přešla do Ústavu výzkumu a rozvoje školství při PedF UK. V letech 2001–2005 působila na České školní inspekci, dalších pět let pak strávila na Ministerstvu školství, mládeže a tělovýchovy se zaměřením na koncepci a mezinárodní spolupráci. Několik let také externě spolupracovala s Výzkumným ústavem pedagogickým. Nyní působí v občanském sdružení a klubu dětí Hlásek a v komunitní škole Robinson, kde se zaměřuje právě na výchovu pro vztah k matematice.







zájem – a k tomu bych se přikláníla – jde o vzájemnou interakci obojího. Zájem se ale nedostaví, když budu dítě do něčeho nutit, stejně jako se nedostaví objev zákonitosti nebo vztahu, když ho učitel prozradí dřív, než k němu může dítě dojít samo.

### Umí tento přístup zaujmout i hyperaktivní zlobidla, nebo přitahuje spíš přemýšlivé děti?

V Hlásku jsme měli jedno přemýšlivé zlobidlo jménem Jiřík, které bylo aktivní až hyperaktivní. Potřeboval víc pozornosti, když nebyl zlobidlem. Pak ke zlobení nedošlo.

### A jsou „lepší“ kluci (jak by asi řada lidí normálně očekávala), nebo holčičky?

Moje skóre při sledování nejaktivnějších holčiček a kluků je 5:1 ve prospěch holčiček. Podobnou zkušenost mají i jiní, kdo používají metodu prof. Hejného a mám dojem, že by to stálo za výzkum. Ve škole pozorujeme, že holčičky jsou snaživější a poslušnější, takže ochotněji sledují učitelku, která jim vysvětlí mnohé z toho, na co by bez ní přišly samy – ale už nemohou, už se to dozvěděly. Kluci snahy učitelky všechno vysvětlit ignorují častěji než děvčata, takže šance na jejich vlastní matematické objevy jsou vyšší. Troufalá hypotéza, že?

### V čem je největší přínos tohoto přístupu? Jaký vliv má na budoucnost dětí?

Mám za to, že vliv je zcela zásadní. Myslím, že tento přístup prostě otvírá, vlastně spíše udržuje a posiluje přirozenou chuť k učení jako takovému. Malé děti pořád něco zkouší neboli pořád se učí – z vlastního zájmu a s plným nasazením. Jak píše John Holt, kdybychom děti učili chodit a mluvit, nikdy by se to nenaučily.

### Řada dětí má dnes odklad na přechod do první třídy na základní škole. Může dětem tento přístup pomoci při přechodu do první třídy?

O tom jsem přesvědčena. Možná by ale dávalo smysl ptát se i obráceně: do jaké míry a za jakých okolností lze efekt tohoto přístupu při přechodu do první třídy potlačit či zlikvidovat? To mi dělá starosti. Nerada dělám něco, co má malý nebo pomíjivý efekt.

### Pomůže dětem účast v těchto aktivitách v budoucnosti s lepším přístupem, zájmem i výsledky jen v matematice, nebo má dopad i na další předměty?

Už jsem se vlastně zmínila o podpoře kompetence k učení. Určitě také dochází ke zlepšování schopnosti logicky uvažo-

vat a argumentovat. Zkušenosti kolegů rovněž ukazují na zlepšení porozumění mluvenému či psanému slovu, což zpětně ovlivňuje učení ve všech ostatních předmětech. Některé prvky, např. dramatizaci, lze využít v ostatních předmětech přímo. To mi připomíná, že v hlavní roli jsou děti, nikoli učitel.

### Lze tento přístup aplikovat v každé mateřské škole? Nebo je náročný na kapacitu, čas...?

Problémem může být matematicky obohacené prostředí, tedy matematicky orientované a přitom poměrně jednoduché hračky. Vyrábím si je většinou sama. Jsou ale i velmi nenáročné, a přitom vděčné pomůcky, třeba papír ve tvaru čtverce a nůžky.

### Pokud bych se rozhodla v mateřské škole touto cestou vydat, co bych měla podniknout?

Určitě by bylo inspirativní podívat se do hodiny učitele, který tuto metodu dobře používá, a to nejlépe v první třídě. Také do učebnice pro první třídu. Neméně důležité je to, co platí pro vzdělávání obecně – pozorovat děti, přemýšlet o nich a nechat se jimi inspirovat.

## Vysvědčení vzdělávacím systémům evropských zemí

Studie „Klíčové údaje o vzdělávání 2012“ je pravidelně zpracovávána Evropskou komisí (ve spolupráci sítě Eurydice a Eurostat) k posouzení vývoje národních vzdělávacích systémů v Evropě. Publikace prostřednictvím 95 ukazatelů zachycuje oblasti, jako jsou demografická situace, struktury vzdělávacích systémů, účast na vzdělávání, finanční zdroje, učitelé a řídicí pracovníci, vzdělávací procesy a úroveň dosaženého vzdělání a přechod do zaměstnání. Za pozitivní trendy napříč Evropou lze označit delší dobu účasti v povinném vzdělávání, vzrůstající autonomii škol a zejména vysokoškolských institucí, zvyšující se

důležitost zabezpečení kvality vzdělávání či nárůst počtu absolventů vysokých škol a jejich rychlé uplatnění na trhu práce. Cítilivějším tématem je otázka financování vzdělávání, které se v letech 2000–2008 udrželo na stejných hodnotách, avšak na hospodářskou krizi od roku 2008 zareagovala řada zemí různými kroky, často však se snahou tyto prostředky neomezovat. Obecně tak i financování v řadě zemí zůstalo stabilní. Negativním zjištěním je, že podle studie atraktivita učitelské profese klesá, a to i přesto, že řada evropských zemí zavedla podpůrná opatření pro začínající učitele

a současně zvýšila učitelům platy, někde až o 40 %. Studie však současně upozorňuje na rostoucí nedostatek učitelů v některých zemích Evropy. Například Německo, Velká Británie, Itálie, Nizozemsko, Rakousko či Belgie se mohou v budoucnu potýkat s vážným nedostatkem učitelů. Věk mnohých současných učitelů se blíží věku důchodovému a současně klesá počet absolventů učitelského studia.

### Více informací:

[http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/key\\_data\\_series/134EN\\_HI.pdf](http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/key_data_series/134EN_HI.pdf)

# Matematika i pro druhý stupeň

## ... a často ještě mnohem dál

připravila Pavla Polechová, koordinátorka týmu pro přípravu souborů úloh matematiky pro 2. stupeň

Zatímco v učebnicích a pracovních listech jsou úlohy z jednotlivých prostředí promíchány, vznikají nyní Sešity pro první stupeň, v nichž budou jednotlivá prostředí pojednána jako samostatné celky. Učitelé prvního stupně uvidí, kam až jednotlivá prostředí na konci prvního stupně dosáhnou a která témata matematiky pokryjí, zatímco učitelé vyšších stupňů se dozvědí něco o znalostech a dovednostech dětí, které prošly touto metodikou.

Tým profesora Hejného totiž chystá soubor i pro druhý až třetí stupeň. Úlohy nebudou uspořádány podle ročníků, ale budou gradovány podle různých parametrů obtížnosti a učitelé dostanou i určité know-how, aby mohli sami obtížnost jednotlivých úloh modifikovat a využívat proměnnou obtížnost jako odpověď na výsledek formativního hodnocení.

Provizorně tým pracuje se strukturou, kterou prof. Hejný vytvořil již před rokem. Struktura obsahuje celá čísla, racionální a reálná čísla, rovnice, práci s daty, jazyk písmen (algebru), rovinnou geometrii a prostorovou geometrii. Není pochyb o tom, že prostředí mohou pokrýt celou oblast matematiky i pro druhý a třetí stupeň – včetně např. funkcí. Vše bude

prověřeno i podle RVP. Některá témata, která jsou v tradičním pojetí matematiky zařazena samostatně, jsou v metodice tématy průřezovými: např. kombinatorika, úprava výrazů. Každý sešit má dvě části: úlohy pro žáky a metodiku pro učitele s výsledky a komentáři. Sešity budou vydány v elektronické podobě, což umožní materiály v pravidelných zhruba půlročních intervalech doplňovat, opravovat i obohacovat o komentáře a nové zkušenosti.

Pokud student neprošel Hejného matematikou na prvním stupni, může na tento přístup přejít zřejmě i později, nicméně problém je v tom, že na druhém stupni je zpravidla již vztah k matematice buď vytvořen, nebo poničen. Ani to ale nemusí být obecně platné, já sama jsem získala k matematice vztah až v sedmé třídě.

## Jeden příklad ze souborů úloh pro 2. stupeň

Číselné vztahy, které otvírají cestu k algebře, obsahují například tuto úlohu: **Z hlavy vypočítejte a výsledky si zapisujte.**

$$\begin{aligned}
 1 + 3 &= \\
 1 + 3 + 5 &= \\
 1 + 3 + 5 + 7 &= \\
 1 + 3 + 5 + 7 + 9 &= \\
 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 &= \\
 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 &= \\
 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 &= \\
 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 &= \\
 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 &=
 \end{aligned}$$

Vysvětlete, jak jste získali poslední výsledek. (Série dílčích výsledků 4, 9, 16, 25, 36, ... vede k poznání, že výsledek je čtverec. Přesněji:  $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + (2n-1) = n^2$ . Tento výsledek lze zdůvodnit graficky pomocí postupného zvětšování čtverce při ponechání jednoho pevného vrcholu, nebo dokázat matematickou indukcí.)

INZERCE

[www.facebook.com/nakladatelstvi.portal](http://www.facebook.com/nakladatelstvi.portal)

[www.portal.cz](http://www.portal.cz)

John F. Taylor

### Jak přežít s hyperaktivitou a poruchami pozornosti

Rádce pro děti s ADHD a ADD

Napomínají tě ve škole za to, že vyrušuješ? Nejde ti učení? Neumíš usměrnit chování? Možná máš ADD (poruchu pozornosti) nebo ADHD (poruchu pozornosti spojenou s hyperaktivitou). V této knize se dozvíš informace o těchto poruchách. Naučíš se, jak udržet na uzdě své nálady a jak překonat pocety neúspěchu a strachu.



brož., 128 s., 215 Kč



### Nadězda Kalábová Příroda plná her Hry plné přírody

Publikace představuje soubor her, činností a úkolů odehrávajících se v přírodě nebo týkajících se přírody. Aktivity nenásilně a zábavnou formou informují, poučí o zákonitostech a dějích v přírodě, lze je využít pro práci v hodinách přírodopisu, ale také českého jazyka, matematiky, pracovního vyučování, výtvarné či tělesné výchovy, úkoly totiž často pracují s poznatky a tématy různých oborů.

brož., 160 s., 245 Kč

Žádejte v knihkupectvích nebo na adrese nakladatelství: Portál s. r. o., tel. 283 028 203, e-mail: obchod@portal.cz  
Knihkupectví Portál: Jindřišská 30, Praha 1 / Klapkova 2, Praha 8 / Dominikánské nám. 8, Brno



portál