

HEJNÉHO METODA

AB



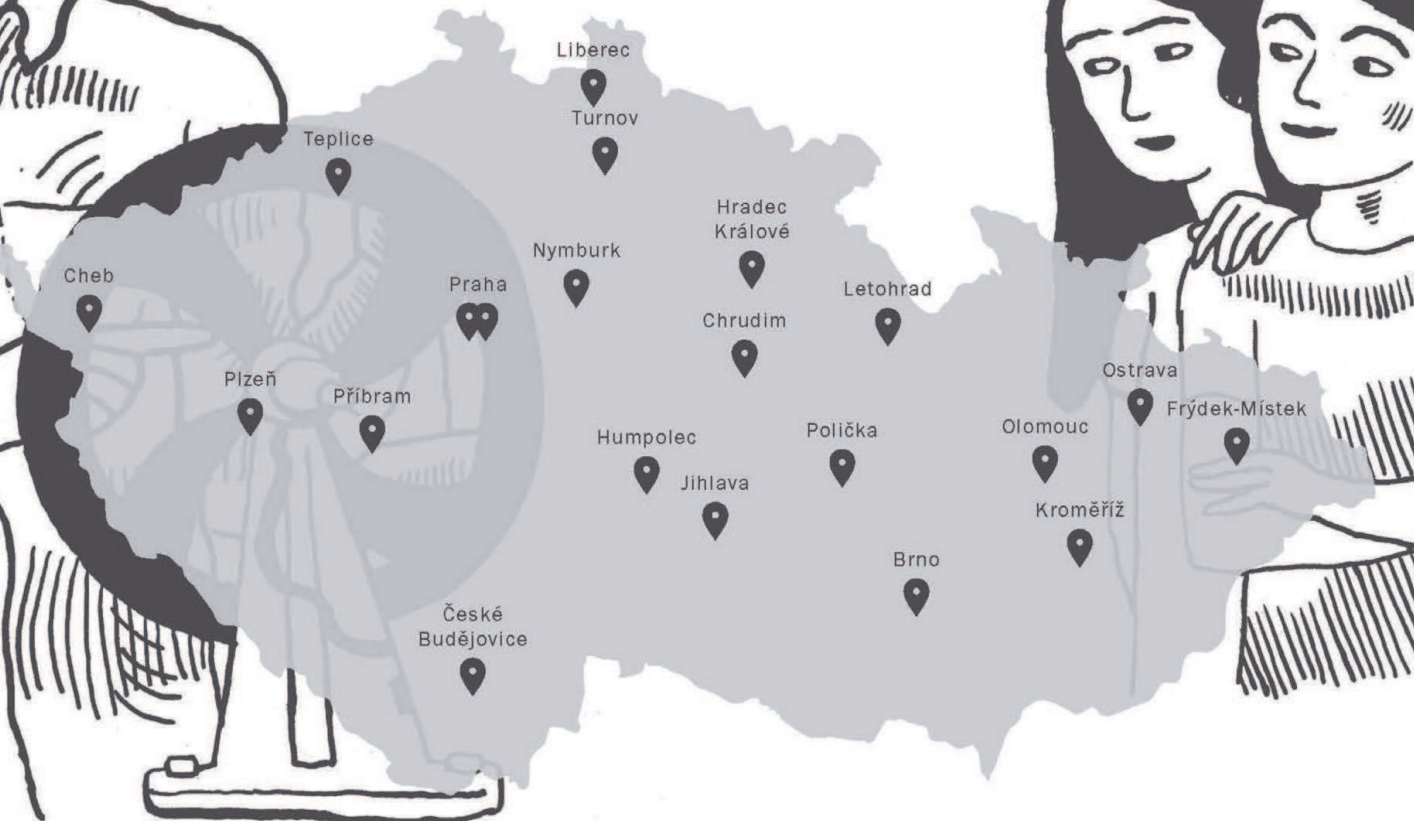
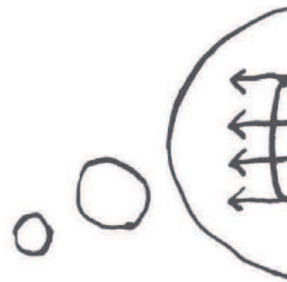
MATE MATIKA

Příručka učitele 2. stupně
a víceletých gymnázií



Dokud žáky ve školách nezačnou bavit technické a přírodovědné obory, budou v Česku chybět kvalifikovaní pracovníci a vědci. A bez nich ztrácíme šanci na ekonomický růst země.

Nadace Depositum Bonum, kterou založila Česká spořitelna a věnovala jí nevyzvednuté peníze ze zrušených anonymních vkladních knížek, proto podporuje učitele, kteří svůj předmět vyučují s důrazem na praktické znalosti a usilují o rozvoj dětí.



Po celém Česku jsme založili **21 regionálních center** pro učitele fyziky. Na pravidelných setkáních si učitelé zkouší nové pokusy, vyměňují zkušenosti a získávají cenné rady, jak zkvalitnit výuku.

Svou dlouhodobou podporou umožňujeme rozvoj **Hejného metody výuky matematiky** a její rozšiřování na další školy.

Jako generální partner vědomostní soutěže **Eurorebus** podporujeme vzdělávání herní formou.



Očekávané výstupy dle RVP ZV pro 2. stupeň

Očekávané výstupy RVP ZV

Naše očekávané výstupy

Výstupy, kompetence

díly A + B

ČÍSLO A PROMĚNNÁ

M-9-1-01

provádí početní operace v oboru celých a racionálních čísel; užívá ve výpočtech druhou mocninu a odmocninu

Provádí početní operace s celými čísly, vyhledá a určí nejmenší a největší prvek, rozlišuje idiomy o n větší/menší, n -krát větší/menší, sčítá kmenové zlomky, sčítá a odčítá desetinná čísla (desetiny, setiny). Základní operace realizuje mentálně, písemně i kalkulaátorem.

M-9-1-02

zaokrouhluje a provádí odhady s danou přesností, účelně využívá kalkulaátor

Při výpočtech zaokrouhluje, provádí odhady (sémantické i strukturální týkající se jedné operace). Účelně využívá kalkulaátor (například při dělení, dělení se zbytkem).

M-9-1-03

modeluje a řeší situace s využitím dělitelnosti v oboru přirozených čísel

Pracuje s pojmy sudé/liché číslo, prvočíslo, číslo složené, násobek, nejmenší společný násobek, dělitel, největší společný dělitel, rozkládá přirozené číslo na součin, získává zkušenosti s n -cifernými čísly, s cifer-ným součtem (propedeutika pojmu rozvinutý zápis).

M-9-1-04

užívá různé způsoby kvantitativního vyjádření vztahu celek – část (přirozeným číslem, poměrem, zlomkem, desetinným číslem, procentem)

Užívá desetinná čísla, kmenové zlomky – sčítá a odčítá kmenové zlomky (zejména se jmenovatelem menším než 13 a se jmenovatelem 60, 100), krátí a rozšiřuje zlomky, znázorňuje zlomky a desetinná čísla na číselné ose, používá pojmy procento, počet procent, základ.

M-9-1-05

řeší modelováním a výpočtem situace vyjádřené poměrem; pracuje s měřítky map a plánů

Získává zkušenosti s poměrem, modeluje situace s využitím poměru, připravuje se na porozumění pojmu měřítko.

M-9-1-06

řeší aplikační úlohy na procenta (i pro případ, že procentová část je větší než celek)

Řeší aplikované úlohy na procenta – určení počtu procent, základu, procentové části.

M-9-1-07

matematizuje jednoduché reálné situace s využitím proměnných; určí hodnotu výrazu, sčítá a násobí mnohočleny, provádí rozklad mnohočlenu na součin pomocí vzorců a vytýkáním

Matematizuje jednoduché reálné situace s využitím proměnné v prostředí Krokování, Šipkových grafů, Součtových trojúhelníků, Součtinových čtverců, Vah, Autobusu, Egyptského dělení, ve slovních úlohách.

Naše očekávané výstupy

díly C + D	díly E + F	díl G
<p>Čte a užívá zápis čísla římskými číslicemi, řeší úlohy s důrazem na logiku římských zápisů. Zapiše číslo rozvinutým zápisem do řádu desetitisíců. Uspořádá množinu celých i racionálních čísel. Krátí/rozšiřuje zlomky, sčítá a odčítá zlomky a desetinná čísla, násobí zlomky i desetinná čísla, dělí desetinné číslo desetinným číslem. Užívá n-tou mocninu, druhou odmocninu. Provádí výpočty s mocninami. Převádí jednotky (obsah, objem, rychlost).</p>	<p>Užívá rozvinutý zápis čísla v desítkové soustavě. Porovnává reálná čísla. Užívá ve výpočtech druhou a třetí mocninu a odmocninu. Sčítá, odčítá, násobí a dělí zlomky a desetinná čísla, počítá s odmocninami. Provádí aproximaci čísla druhá odmocnina ze dvou.</p>	<p>Používá desetinnou část čísla. Pracuje s n-tou odmocninou. Provádí aproximaci iracionálních čísel. Dokazuje iracionalitu některých čísel. Řeší úlohy na posloupnosti – například Fibonacciho posloupnost. Vyjadřuje odmocniny pomocí mocnin s racionálním mocnitelem.</p>
<p>Zaokrouhluje, provádí odhady (sémantické i strukturální týkající se výrazů s více operacemi). Účelně využívá kalkulátor (například při práci s racionálními čísly).</p>	<p>Provádí řádové odhady (propeutika limity). Účelně využívá kalkulátor při výpočtech s reálnými čísly.</p>	<p>Účelně využívá kalkulátor.</p>
<p>Odhaluje a používá kritéria dělitelnosti 3, 4, 9, řeší úlohy s propedeutikou dělitelnosti 6, 8, 11, 12. Pro nalezení nejmenšího společného násobku a největšího společného dělitele používá prvočíselný rozklad.</p>	<p>Odhaluje a používá kritéria dělitelnosti 6, 8, 11, 12. Využívá prvočíselný rozklad pro nalezení nejmenšího společného násobku a největšího společného dělitele více čísel. Seznamuje se s Euklidovým algoritmem.</p>	
<p>Používá desetinná čísla (tisíciny až miliontiny), periodická čísla, periodu, předperiodu, zlomky (s dvoucifernými a trojcifernými jmenovateli), složený zlomek, smíšené číslo, převrácené číslo, záporný zlomek. Zmíněná čísla umísťuje na číselnou osu, vyjádří číslo opačné. Intuitivně pracuje s číslem iracionálním. Pracuje s číselnými výrazy. Řeší úlohy na procenta, procentovou část, promile, úrokování.</p>	<p>Reálná čísla umísťuje na číselnou osu.</p>	
<p>Dělí celek v daném poměru. Pracuje s měřítky map a plánů. Používá trojčlenku.</p>		<p>Seznamuje se s problematikou zlatého řezu.</p>
<p>Řeší aplikační úlohy na procenta (i pro případ, že procentová část je větší než celek), řeší úlohy o opakovaných slevách a zdraženích v procentech.</p>		
<p>Používá písmeno jako: obecné číslo, proměnnou, neznámou. Využívá jazyk algebry k řešení úloh. Cíleně provádí úpravy jednodušších algebraických výrazů (vytýkání, roznásobování), ekvivalentní úpravy (druhá mocnina dvojčlenu, rozdíl druhých mocnin). Rozlišuje dvojčlen, trojčlen.</p>	<p>Pracuje s mnohočleny, provádí cílené úpravy algebraických výrazů (i dělení trojčlenu dvojčlenem), upravuje kvadratický trojčlen na čtverec.</p>	

Výstupy, kompetence

díly A + B

ČÍSLO A PROMĚNNÁ**M-9-1-08**

formuluje a řeší reálnou situaci pomocí rovnic a jejich soustav

Formuluje a řeší reálnou situaci pomocí rovnic a jejich soustav – získává zkušenosti v prostředích Mince, Váhy, Hadi, Šipkové grafy (propedeutika rovnic, soustav rovnic, absolutní hodnoty).

M-9-1-09

analyzuje a řeší jednoduché problémy, modeluje konkrétní situace, v nichž využívá matematický aparát v oboru celých a racionálních čísel

Analyzuje a řeší jednoduché problémy, modeluje konkrétní situace v různých prostředích – Krokování, Egyptské dělení, Indické násobení, Stovková tabulka, Součtové trojúhelníky, Číselná osa, Autobus, Mince, Váhy.

ZÁVISLOSTI, VZTAHY A PRÁCE S DATY**M-9-2-01**

vyhledává, vyhodnocuje a zpracovává data

Vyhledává, vyhodnocuje a zpracovává data. Používá Vennovy diagramy jako nástroj k organizaci prvků množiny. Využívá tabulku jako nástroj k evidenci dat a hledání závislostí.

M-9-2-02

porovnává soubory dat

Vyhodnocuje soubor dat procesuálně (evidence jízdy autobusem tabulkou), porovnává soubory dat konceptuálně (práce se vztahy v rodokmenu).

M-9-2-03

určuje vztah přímé anebo nepřímé úměrnosti

Získává zkušenosti s lineární závislostí v prostředích Šipkových grafů, Hadů, ve slovních úlohách.

M-9-2-04

vyjádří funkční vztah tabulkou, rovnicí, grafem

Vyhledává vztahy, pravidelnosti, formuluje slovně závislosti, eviduje tabulkou.

M-9-2-05

matematizuje jednoduché reálné situace s využitím funkčních vztahů

Řeší úlohy o slevách a zdraženích v procentech, používá různé metody řešení slovních úloh: pokus – omyl, dramatizaci, tabulaci, vizualizaci, modelování.

Naše očekávané výstupy

díly C + D	díly E + F	díl G
Řeší soustavy dvou rovnic o dvou neznámých. Prostřednictvím úloh se připravuje na řešení lineárních diofantických rovnic.	Řeší lineární nerovnice. V úlohách se připravuje na řešení kvadratické rovnice.	Řeší kvadratické rovnice (používá Vietovy vztahy a diskriminant), lineární diofantické rovnice, iracionální rovnice, soustavy tří lineárních rovnic.
Modeluje konkrétní situace, v nichž využívá matematický aparát v oboru celých a racionálních čísel. Používá absolutní hodnotu.		
Používá množiny, podmnožiny, průnik, sjednocení. Organizuje soubory dat (jednoparametrické třídění, hledání organizačního principu), zjišťuje počet prvků souboru.	Organizuje soubor dat (víceparametrické třídění). Vytváří statistický soubor, provádí evidenci a jednoduchou analýzu, setkává se s prázdnou množinou. Graficky znázorňuje soubor dat.	Organizuje soubor dat s cílem zjištění počtu jeho prvků.
Vyhledává data, porovnává soubory dat. Analyzuje statistické soubory. Určuje aritmetický průměr.	Vyhledává data. Porovnává soubory dat. Určuje vážený průměr, četnost znaku.	Určuje geometrický průměr dvou a tří čísel. Odhaluje a zůvodňuje nerovnost mezi aritmetickým a geometrickým průměrem.
Pracuje s lineární funkcí, narysuje její graf. Řeší úlohy na kvadratickou funkci (propedeutika).	Řeší úlohy s aritmetickou i geometrickou posloupností. Pracuje s periodickou, rostoucí, klesající, omezenou posloupností.	
Graficky znázorňuje soubory dat, čte z grafů a diagramů. Užívá kruhový a sloupcový diagram, používá galerii, organizační princip galerie.	Tabulkou, rovnicí i grafem vyjádří kvadratickou funkci. Řeší úlohy, které připravují pojem kosinus a sinus.	Řeší úlohy směřující propedeuticky k limitě posloupnosti. Pracuje s funkcemi kosinus a sinus pro ostrý úhel, propedeuticky s funkcemi tangens a kotangens. V úlohách se seznámí se součtovými vzorci pro sinus a kosinus, odhalí vztah mezi funkcemi tangens, sinus a kosinus. V úlohách ověří nekomutativnost skládání funkcí. Tvoří grafy funkcí, využívá i jejich posunutí.
Používá různé metody řešení úloh: pokus – omyl, tabulaci, vizualizaci, dělitelnost, modelování, jazyk algebry.	Používá různé metody řešení úloh: pokus – omyl, tabulaci, vizualizaci, dělitelnost, modelování, jazyk algebry, metodu izomorfizmu.	

GEOMETRIE V ROVINĚ A V PROSTORU**M-9-3-01**

zdůvodňuje a využívá polohové a metrické vlastnosti základních rovinných útvarů při řešení úloh a jednoduchých praktických problémů; využívá potřebnou matematickou symboliku

Zdůvodňuje a využívá polohové a metrické vlastnosti rovinných útvarů při konstrukcích i modelování (skládání papíru, dřívka, geoboard).

M-9-3-02

charakterizuje a třídí základní rovinné útvary

Rozlišuje a charakterizuje trojúhelník ostroúhlý, pravoúhlý, tupoúhlý, rovnoramenný, rovnostranný, třídí čtyřúhelníky (čtverec, obdélník, kosočtverec, lichoběžník), v rámci propedeutiky se seznamuje s pojmy kruh, kružnice, poloměr, kruhová výseč.

M-9-3-03

určuje velikost úhlu měřením a výpočtem

Měří velikosti úhlů, zjišťuje velikost úhlu procesuálně i konceptuálně, pracuje s dvojicemi úhlů.

M-9-3-04

odhaduje a vypočítá obsah a obvod základních rovinných útvarů

Měří délky, zjišťuje obvody a obsahy rovinných útvarů (nejprve obsah vyjadřuje počtem trojúhelníkových nebo čtvercových kachlíků).

M-9-3-05

využívá pojem množina všech bodů dané vlastnosti k charakteristice útvaru a k řešení polohových a nepolohových konstrukčních úloh

Intuitivně užívá pojem množina všech bodů dané vlastnosti k charakteristice pojmu kruh, kružnice.

M-9-3-06

načrtne a sestrojí rovinné útvary

Modeluje rovinné útvary pomocí dřivek, na geoboardu, přehýbáním papíru. Trojúhelníky, čtyřúhelníky i mnohoúhelníky načrtává i konstruuje ve čtvercové síti i na čistém papíře.

M-9-3-07

užívá k argumentaci a při výpočtech věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků

Vyhledává a porovnává shodné a podobné útvary.

M-9-3-08

načrtne a sestrojí obraz rovinného útvaru ve středové a osové souměrnosti, určí osově a středově souměrný útvar

Načrtne a sestrojí obraz rovinného útvaru ve středové a osové souměrnosti, určí osově a středově souměrný útvar.

M-9-3-09

určuje a charakterizuje základní prostorové útvary (tělesa), analyzuje jejich vlastnosti

Určuje a charakterizuje krychli, krychlová tělesa, kvádr, hranol, jehlan, válec, kužel.

M-9-3-10

odhaduje a vypočítá objem a povrch těles

Odhaduje a vypočítá objem a povrch krychle, kvádr, krychlových těles.

Naše očekávané výstupy

díly C + D	díly E + F	díl G
Zkoumá a odvozuje vlastnosti trojúhelníků: trojúhelníková nerovnost, součet úhlů v trojúhelníku, osa úhlu (jako množina bodů dané vlastnosti), těžiště (prope- deuticky), kružnice opsaná a vepsaná. V úlohách se připravuje na Pythagorovu větu.	Zkoumá a odvozuje vlastnosti trojúhelníků: těžiště, ortocentrum. Provádí různé důkazy Pythagorovy věty. V úlohách získává zkušenosti, které připravují větu o obvodovém a středovém úhlu.	Odhaluje a zdůvodňuje větu o obvodovém a středovém úhlu.
Rozlišuje a charakterizuje čtyřúhelníky (rovnoběžník, deltoid, nekonvexní čtyřúhelník), pravidelné mnohoúhelníky (6, 8, 12), nekonvexní mnohoúhelníky. Zkoumá vlastnosti úhlopříček čtyřúhelníků. Řeší úlohy na kruh, kružnici, kruhovou výseč. Rozlišuje poloměr a průměr.	Charakterizuje tětíkový a tečnový čtyřúhelník, pravidelný mnohoúhelník (5, 10). Skládá a rozkládá vektory. Užívá tětívu kružnice, mezikružší. Při řešení úloh využívá geometrickou chirurgii.	Charakterizuje tětíkový čtyřúhelník. Pracuje s kruhovou úsečí.
Určuje velikosti vnitřních úhlů rovinných útvarů, středových úhlů v mnohoúhelníku, využívá dvojice úhlů.		Užívá orientovaný úhel.
Experimentálně hledá Ludolfovo číslo. Určuje obvod i obsah kruhu. Ke zjišťování a odhadování obsahu rovinných útvarů používá geometrickou chirurgii.	Zkoumá vztah mezi obsahem a obvodem kruhu.	
Prostřednictvím řešení úloh odhaluje Thaletovu větu (jako množina bodů dané vlastnosti).		
Provádí konstrukce ve čtvercové mříži i na čistém papíře.		
Zkoumá shodné a podobné trojúhelníky. Hledá pravidla a formuluje věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků, ty pak užívá k argumentaci a k výpočtům.		
Používá osovou souměrnost a posunutí, propedeuticky se seznamuje s pojmem vektor.	Řeší úlohy na otočení a stejno- lehlou.	Používá různá shodná zobrazení. Skládá shodná zobrazení.
Analyzuje vlastnosti hranolu, jehlanu.	Zkoumá válec, kužel a kouli.	Zkoumá pravidelné mnohostěny.
Odhaduje a počítá povrch a objem hranolu a jehlanu (pravidelný a nepravidelný). V úlohách se seznamuje s Cavalieriho principem.	Odhaduje a zjišťuje povrch a objem válce a kužele.	Počítá povrch a objem koule.

GEOMETRIE V ROVINĚ A V PROSTORU**M-9-3-11**

načrtne a sestrojí síť základních těles

Modeluje krychli, kvádr, krychlová tělesa. Načrtne a sestrojí jejich síť.

M-9-3-12

načrtne a sestrojí obraz jednoduchých těles v rovině

Načrtne a sestrojí obraz krychle, kvádrů, krychlových těles v rovině.

M-9-3-13

analyzuje a řeší aplikační geometrické úlohy s využitím osvojeného matematického aparátu

Analyzuje a řeší aplikační geometrické úlohy.

NESTANDARDNÍ APLIKAČNÍ ÚLOHY A PROBLÉMY**M-9-4-01**

užívá logickou úvahu a kombinační úsudek při řešení úloh a problémů a nalézá různá řešení předkládaných nebo zkoumaných situací

Užívá logickou úvahu a kombinační úsudek při řešení úloh a problémů, nalézá různé postupy. Hledá další možné výsledky a řešení úloh, případně zdůvodňuje neřešitelnost některých úloh.

M-9-4-02

řeší úlohy na prostorovou představivost, aplikuje a kombinuje poznatky a dovednosti z různých tematických a vzdělávacích oblastí

Řeší logické a netradiční geometrické úlohy.

Naše očekávané výstupy

díly C + D	díly E + F	díl G
Modeluje hranol a jehlan. Načrtne a sestrojí jejich sítě.	Tvoří síť rotačního válce a rotačního kužele.	Tvoří sítě pravidelných mnohostěnů.
Načrtne a sestrojí obraz hranolu a jehlanu.	Načrtne a sestrojí obraz válce a kužele.	
Získané poznatky používá při řešení aplikačních geometrických úloh.	Získané poznatky používá při řešení aplikačních geometrických úloh.	
Řeší základní kombinatorické a pravděpodobnostní úlohy.	Řeší jednoduché kombinatorické a pravděpodobnostní úlohy, získává zkušenosti s kombinatorickými vztahy (propedeutika).	Seznamuje se s permutacemi, kombinacemi, variacemi. Dokazuje některé kombinatorické identity.
Řeší komplexní úlohy.	Aplikuje znalost grafů lineární a kvadratické funkce, posunuje graf.	Seznamuje se s Gaussovou křivkou.



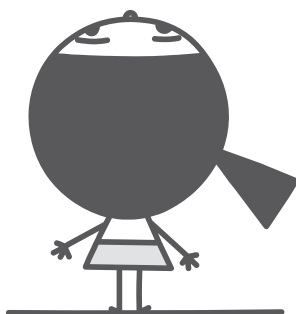
Nadace Karla Janečka

Cílem nadace je najít a podpořit ty nejlepší projekty, jejichž cesta k uplatnění by byla složitá, nebo dokonce nemožná.

Hejného metodu vnímáme nejen jako skvělý nástroj pro výuku matematiky, ale také pro rozvoj osobnosti žáka. Ve vzdělávání považujeme za zásadní vnímat každého žáka jako jedinečného, rozvíjet u něj kreativitu, kritické myšlení a vnitřní motivaci. V těchto principech si je Nadace Karla Janečka a Hejného výuka matematiky velmi blízká.

Protože věříme v účinnost této metody, rozhodli jsme se podpořit vznik této učebnice.

Karel Janeček



HEJNÉHO METODA

Zasloužená radost z poznávání



Řada učebnic pro 2. stupeň základních škol a odpovídající ročníky víceletých gymnázií je zpracována v souladu s Rámcovým vzdělávacím programem pro základní vzdělávání.

O Hejného metodě

Hejného metoda je vyvíjena od 40. let 20. století, kdy Vít Hejný začal zkoumat proč děti, které bez problémů řeší úlohy z učebnic, selhávají při řešení úloh nestandardních. Přitom k jejich řešení nepotřebovaly jiné znalosti. Spolu se svým synem Milanem Hejným po desítkách let zkoumání a ověřování poznatků vyvinuli metodu, která je zaměřená namísto formálních znalostí vzorečků na budování mentálních schémat. Metoda se opírá o propracovaná didaktická prostředí a učitele, který v ní má roli průvodce a moderátora diskuzí dětí o řešení úloh. V metodě jsou cíle výchovné důležitější než cíle poznatkové, protože kvalitu společnosti více určují hodnoty mravní než hodnoty znalostí. Více na www.h-mat.cz/hejneho-metoda.

Semináře – kurzy – didaktické pomůcky

Společnost H-mat, o.p.s. **organizuje semináře, konference a vícedenní školy pro učitele**, kteří chtějí začít učit Hejného metodou nebo prohloubit svoje znalosti o vyučování matematice orientované na budování mentálních schémat. Dále vydává **učebnice, metodické příručky** a vyrábí **didaktické pomůcky** specifické pro výuku Hejného metodou. Více na www.h-mat.cz.

Diskuzní fórum

Učitelé přistupující k výuce matematiky Hejného metodou se mohou zapojit do diskuzního fóra na skola.h-mat.cz.

Vydavatel a podpora:
H-mat, o.p.s.
Magdalény Rettigové 47/4
110 00 Praha 1
ucebnice@h-mat.cz
www.h-mat.cz

ISBN 978-80-905756-2-2



9 788090 575622 >