

HEJNÉHO METODA

B



MATE MATIKA

učebnice pro 2. stupeň ZŠ
a víceletá gymnázia



PRO RADOST Z POZNÁVÁNÍ

Dokud žáci ve školách nezačnou bavit technické a přírodovědné obory, budou v Česku chybět kvalifikovaní pracovníci a vědci. A bez nich ztrácíme šanci na ekonomický růst země.

Nadace Depositum Bonum, kterou založila Česká spořitelna a věnovala jí nevzvednuté peníze ze zrušených anonymních vkladních knížek, proto podporuje učitele, kteří svůj předmět vyučují s důrazem na praktické znalosti a usilují o rozvoj dětí.

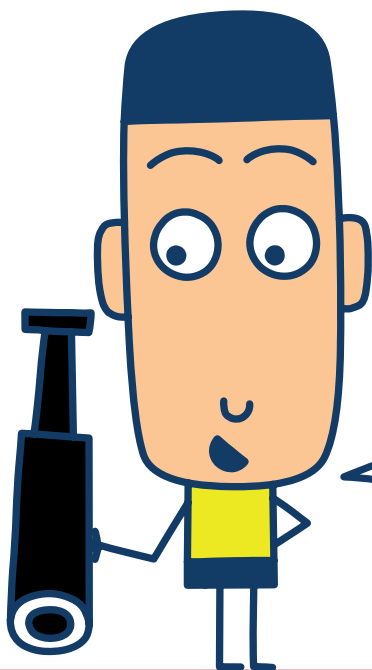


Po celém Česku jsme založili **21 regionálních center** pro učitele fyziky. Na pravidelných setkáních si učitelé zkouší nové pokusy, vyměňují zkušenosti a získávají cenné rady, jak zkvalitnit výuku.

Svou dlouhodobou podporou umožňujeme rozvoj **Hejného metody výuky matematiky** a její rozšiřování na další školy.

Jako generální partner vědomostní soutěže **Eurorebus** podporujeme vzdělávání herní formou.





DALEKOHLED
TU CHYBU
ODHALÍ.

Elmar

TABULKA,
TO JE
MOJE.



Ariana

S.H. ŘEŠIL
ZÁHADY SVĚTA-
JÁ ZÁHADY ČÍSEL.



Kira

MATE MATIKA

MATEMATIKA **B**

učebnice pro 2. stupeň ZŠ a víceletá gymnázia

Autoři: prof. RNDr. Milan Hejný, CSc.
Mgr. et Mgr. Pavel Šalom
doc. RNDr. Darina Jirotková, Ph.D.
Mgr. Jana Hanušová, Ph.D.
Mgr. Anna Sukniak

Ilustrace: MgA. Lukáš Urbánek

Recenzenti: RNDr. Helena Binterová, Ph.D.
Mgr. Jitka Linhartová

Ověření učebnice v praxi provedli:

Mgr. Anna Antonová, Mgr. Lenka Beranová, Ph.D.,
PhDr. Hana Bretfeldová, Ph.D., Mgr. Petra Dvořáková, Mgr. Kateřina Eichlerová,
Mgr. Martina Hálová, Mgr. Hynek Humlíček, Mgr. Milan Chalupník,
Mgr. Hana Kubová, Mgr. Hana Kotíková, Mgr. Jitka Němcová,
RNDr. Eva Nováková, Emília Raszyková, Mgr. Jaroslav Semorád,
Mgr. Eva Slezáková, Mgr. Václav Strnad, Mgr. Lenka Vopálková,
Mgr. Daniel Vybíral, Mgr. Jan Zapletal, Mgr. Milena Zapletalová

Odpovědný redaktor: Mgr. et Mgr. Pavel Šalom
Technický redaktor: Mgr. Jan Šedo
Návrhy obálky: MgA. Silvie Klempererová s použitím ilustrace Lukáše Urbánka
Grafická úprava: MgA. Silvie Klempererová
Sazba: Mgr. Matěj Málek
Jazyková korektura: Mgr. Jaroslava Frňková, Ph.D.

Doložka MŠMT: Schválilo MŠMT č. j.: MSMT-21 878/2015 dne 17. září 2015 k zařazení do seznamu učebnic pro základní vzdělávání jako součást ucelené řady učebnic pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace s dobou platnosti šest let.

Vydala: H-mat, o. p. s., Magdalény Rettigové 47/4, 110 00 Praha 1, www.h-mat.cz
Tiskárna: POLYGOS print, s. r. o., Praha
Printed in the Czech Republic

Výhrada práv: Všechna práva vyhrazena.

Reprodukce a rozšiřování díla nebo jeho částí jakýmkoli způsobem jsou bez písemného souhlasu nakladatele zakázány, s výjimkou případů zákonem výslovně povolených.

© H-mat, o. p. s., Praha 2015

1. vydání
ISBN 978-80-905756-1-5

OBSAH

 Úhel I ————— 5	 Racionální čísla I ————— 39
 Vennovy diagramy ————— 7	 Dělitelnost III ————— 40
 Desetinná čísla ————— 9	 Procenta I ————— 42
 Obsah I ————— 10	 Algebromy ————— 44
 Konstrukce ————— 12	 Racionální čísla II ————— 45
 Schody ————— 13	 Osová souměrnost ————— 46
 Obsah II ————— 15	 Procenta II ————— 50
 Mříž ————— 17	 Dělitelnost IV ————— 52
 Autobus ————— 19	 Prvočísla ————— 53
 Objem ————— 21	 Číselná osa ————— 55
 Dělitelnost I ————— 23	 Rovnice ————— 57
 Obsah III ————— 26	 Dělitelnost V ————— 59
 Dělitelnost II ————— 28	 Zlomky ————— 62
 Rodina ————— 30	 Středová souměrnost ————— 64
 Funkce ————— 32	 Racionální čísla III ————— 68
 Tabulka 100 ————— 34	 Úhel II ————— 70
 Kombinatorika ————— 36	 Dělitelnost VI ————— 73
 Síť ————— 37	 Trojúhelník ————— 75



PROCENTA I

V obchodech se často setkáváme s informací o tom, že některé zboží bylo zlevněno třeba o 40 %. Popište některou vaši zkušenost s takovou slevou a vysvětlíte ji spolužákům.

Podívejte se na obrázek, který byl na letáku. Je jasné, že cena rajčat byla snížena z 29,90 Kč na 17,90 Kč.

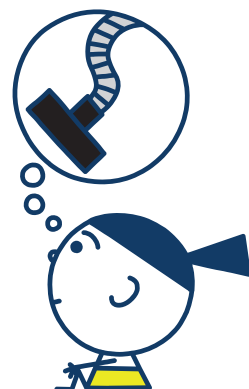


1 Vysvětlíte, co znamená -40 % napsaných na letáku.

2 Vysavač stál 3 600 Kč. Určete, kolik bude stát po slevě:

- a) 50 % b) 25 % c) 10 % d) 15 % e) 18 %.

3 Doplňte scházející data do tabulky.



původní cena v Kč	100	200	240	100	300	300	400			
sleva v %	20	20	25					50	25	35
sleva v Kč				40	60		160		55	
cena po slevě v Kč						240		250		130

f)

4 Letenka do Osla stála před měsícem 4 800 Kč.

Zjistěte, o kolik procent byla zdražena, když teď stojí:

- a) 7 200 Kč b) 6 000 Kč c) 5 280 Kč d) 6 400 Kč e) 5 352 Kč.

5 Elmar: „Podívejte, jaké chyby jsou na plakátech!“

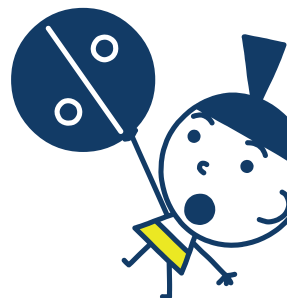
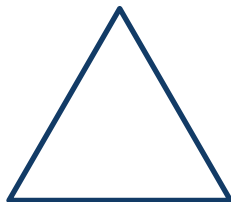


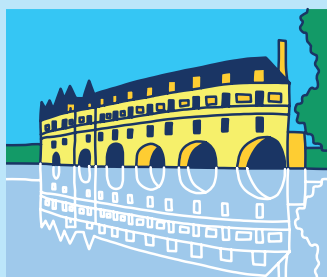
Kira: „Ten první je opravdu špatně, ale ty další dva jsou v podstatě dobře.“
Rozumíte tomu, co Kira říká?

Domluva: Jedno **procento** znamená jedna setina.
Slovo *procento* pochází z latinského *per centum*,
což znamená *ze sta*. Ve slovenštině se užívá *percento*.

Příklad: Ve třídě je nás 25, z toho je 11 dívek. To je, jako kdyby ve třídě se 100 žáky bylo 44 dívek. Jinak řečeno ze sta žáků je 44 dívek.
V naší třídě je 44 % dívek.

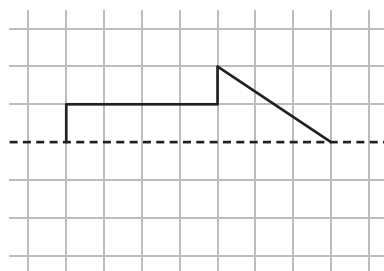
1 Rozdělte rovnostranný trojúhelník na a) 4, b) 3 shodné trojúhelníky.





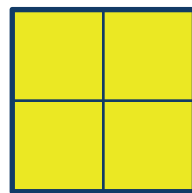
Ariana nakreslila zámek, který se odráží na hladině jezera.

- 1 Přeložte čtverečkovaný papír podél čárkované přímkou. Čtyřikrát stříhnete podél tučně vyznačených čar (podle obrázku). Dříve, než papír zase rozložíte, nakreslete na čtverečkovaný papír, jak to bude vypadat po rozložení.



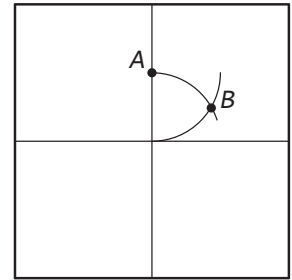
- 2 Přeložte čtverečkovaný papír a **a)** třemi, **b)** dvěma stříhy vystříhnete útvar, který po rozložení bude čtverec.

- 3 Eva dvakrát přeložila papírový čtverec na malý čtvereček. Do středu tohoto čtverečku zapíchla špendlík a propíchla všechny vrstvy. Na obrázku vidíme, jak čtvereček rozbalovala. Dokreslete všechny body vpichu.



4

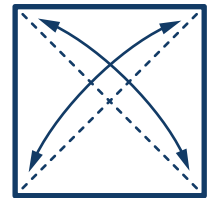
Na obrázku vpravo vidíme podobnou situaci jako v předchozí úloze. V jedné ze čtyř částí rozbaleného čtverce jsou sestrojeny body A a B . Když čtverec složíte na malý čtverec a v bodech A a B papír propíchnete, objeví se na velkém čtverci další vpichy. Jak budou rozmístěny?



5

Na obrázku vpravo vidíme čtverec, který byl dvakrát přeložen podél úhlopříček a opět rozložen. Čtverec opět dvakrát přeložte.

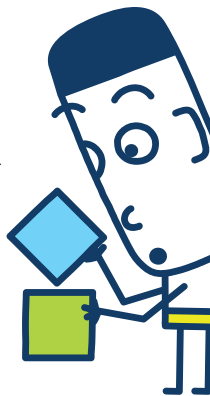
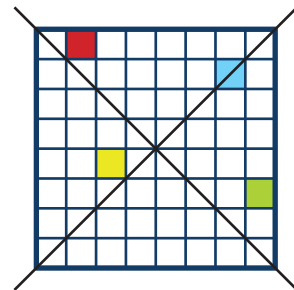
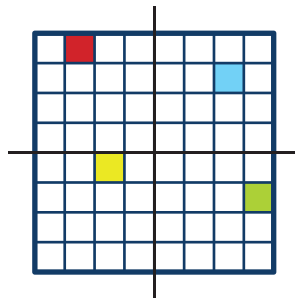
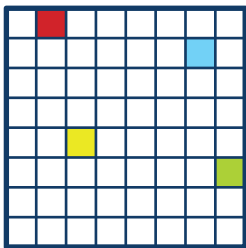
- Ze vzniklého trojúhelníku ustříhnete jedním rovným stříhem část, která po rozložení bude čtverec.
- Je možné místo čtverce ustříhnout kosočtverec, jehož jeden úhel je 60° ?
- Jak vést stříh, aby obsah ustřiženého čtverce byl čtvrtinou obsahu původního čtverce?



6

Na prvním obrázku je dlaždice, jejíž vzor byl poškozen. Vzor byl osově souměrný

- podle os stran (jak jsou vyznačeny na druhém obrázku)
- podle úhlopříček (jak jsou vyznačeny na třetím obrázku)
- jak podle os stran, tak podle úhlopříček.

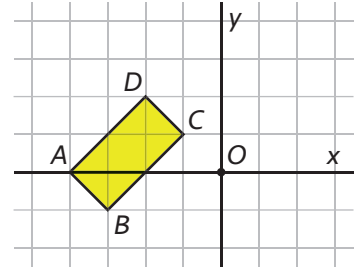


Překreslete dlaždici na čtverečkovaný papír a dokreslete její vzor.

7

V mříži je vyznačen obdélník $ABCD$.

Vyznačte jeho obraz $A'B'C'D'$ v osové souměrnosti dané přímkou y .



8

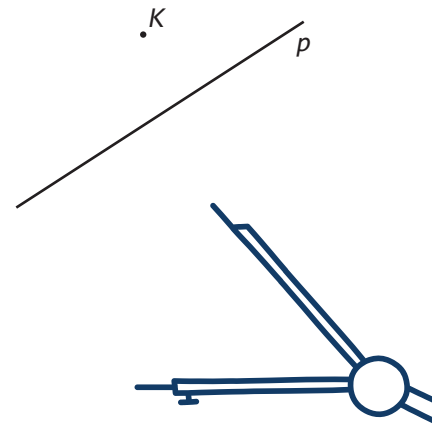
Řešte předchozí úlohu tak, že místo přímky y použijete **a)** přímkou CD , **b)** přímkou x , **c)** přímkou, která prochází bodem O a je rovnoběžná s BC .

9

Na papír narýsujte přímku p a mimo ni bod K . Papír můžeme přeložit podél přímky p a propíchnout jej v bodě K . Po rozložení se na papíru objeví dva vpichy. Zjistěte, kde se bude nacházet druhý vpich, aniž byste papír opravdu přehýbali nebo propíchovali.

Popište, jak druhý vpich najít pomocí:

- pravítka a kružítko
- jenom kružítko.



Domluva: Bod, který jste našli v předchozí úloze, se obvykle značí K' . Říkáme, že **osová souměrnost** daná přímkou p zobrazí bod K do bodu K' .

V matematice to zapisujeme $K' = s_p(K)$.

Písmeno s poukazuje na slovo souměrnost.

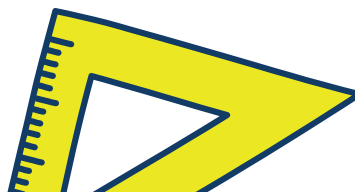
Dolní index p říká, že souměrnost je dána přímkou p .

10

Vyznačte dva různé body K a L .

Jsou to body, které vznikly jedním propíchnutím přeloženého papíru.

Sestrojte přímku p , podél které byl papír přeložen.





ZLOMKY

- 1 Kira měla sčítat zlomky $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$. Udělala to pomocí hodin. Řekla: „ $\frac{1}{2}$ hodiny = 30 min, $\frac{1}{3}$ hod = 20 min. Dohromady je to 50 min, a to je $\frac{50}{60}$ hod.“
Ariana řekla, že je to též $\frac{5}{6}$ hodiny a napsala $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$.
Uvažovaly dívky správně?

- 2 Podobně najděte součet:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{5} + \frac{1}{10}$

e) $\frac{1}{10} + \frac{1}{20}$

g) $\frac{1}{15} + \frac{1}{30}$

b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

d) $\frac{1}{6} + \frac{1}{12}$

f) $\frac{1}{12} + \frac{1}{24}$

h) $\frac{1}{20} + \frac{1}{40}$

- 3 Podobně najděte součet:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$

c) $\frac{1}{5} + \frac{1}{15}$

e) $\frac{1}{20} + \frac{1}{60}$

g) $\frac{1}{15} + \frac{1}{45}$

b) $\frac{1}{4} + \frac{1}{12}$

d) $\frac{1}{10} + \frac{1}{30}$

f) $\frac{1}{30} + \frac{1}{90}$

h) $\frac{1}{12} + \frac{1}{36}$

Elmar: „No jo, ale jak sečteš třeba $\frac{1}{7} + \frac{1}{3}$?“

Kira: „Ta sedmina je fakt hloupá...“

Do hovoru se zapletl **Marcel:**

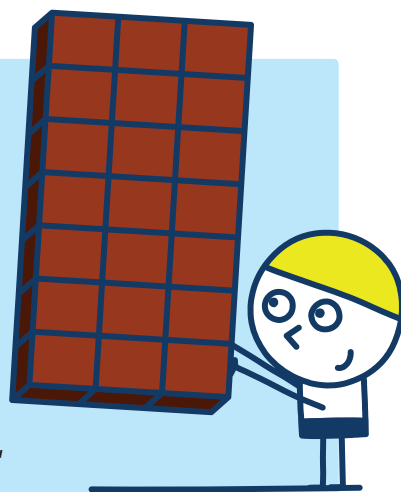
„To se dá udělat pomocí čokolády.“

Marcel nakreslil obrázek.

Řekl: „ $\frac{1}{3}$ té čokolády je 7 kostiček. $\frac{1}{7}$ té čokolády jsou 3 kostičky. Dohromady je to 10 kostiček.

Teď kolik je ta kostička? No to je $\frac{1}{21}$ čokolády.

Tedy výsledek je $\frac{10}{21}$ čokolády. Tak můžeš počítat vždycky.“



- 4 Elmar ještě tomu, co Marcel řekl, nedůvěřuje. Co myslíte, má Marcel pravdu?

5

Pomocí tabulky čokolády o rozměrech 9×4 najděte součet:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$

d) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

g) $\frac{1}{3} + \frac{2}{9}$

j) $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{12}$

e) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

h) $\frac{1}{3} + \frac{4}{9}$

k) $\frac{1}{4} + \frac{2}{9}$

c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{18}$

f) $\frac{1}{3} + \frac{1}{9}$

i) $\frac{1}{3} + \frac{5}{12}$

l) $\frac{1}{4} + \frac{4}{9}$.

6

Pomocí vhodné čokolády najděte součet:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$

c) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

e) $\frac{1}{6} + \frac{1}{5}$

g) $\frac{1}{5} + \frac{1}{7}$

i) $\frac{1}{5} + \frac{1}{8}$

b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$

d) $\frac{1}{4} + \frac{1}{5}$

f) $\frac{1}{7} + \frac{1}{4}$

h) $\frac{1}{3} + \frac{1}{8}$

j) $\frac{1}{7} + \frac{1}{11}$.

7

Najděte jednoduché pravidlo, jak je možné snadno najít součet $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$, kde m a n jsou přirozená čísla.

8

a) Polovina tyče je natřena na bílo. Na modro jsou natřeny $\frac{2}{5}$ tyče.

Zbytek tyče je natřen na červeně. Jaká část tyče je natřena na červeně?

Řešte stejnou úlohu, ale místo zlomku $\frac{2}{5}$ dejte zlomek:

b) $\frac{3}{7}$

c) $\frac{4}{9}$

d) $\frac{5}{11}$

e) $\frac{10}{21}$

f) $\frac{35}{71}$.

9

Řešte předchozí úlohu, ale místo prvního slova „polovina“ tam dejte slovo „třetina“.



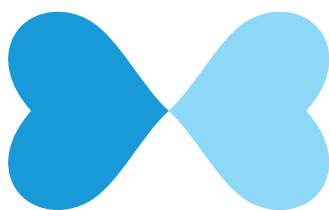
PODĚKOVÁNÍ

Děkujeme za cenné připomínky a rady všem, kteří se podíleli na vzniku učebnice, zejména pak učitelům, kteří ověřovali její pracovní verze ve svých třídách. Dále pak následujícím školám, které učitele podporovaly při tomto netradičním pojetí výuky:

Biskupské Gymnázium, U Klafárku 3, Žďár nad Sázavou;
Fakultní základní škola a mateřská škola Barrandov II při PedF UK Praha;
GALILEO SCHOOL – bilingvní mateřská škola a základní škola, s. r. o., Frýdek-Místek;
Gymnázium Mnichovo Hradiště;
Gymnázium Žďár nad Sázavou;
Základní škola a Mateřská škola Kladno, Norská 2633;
Základní škola Bodláka a Pampelišky, o. p. s.;
Základní škola Chrudim, ul. Dr. J. Malíka 958;
Základní škola Ing. M. Plesingera-Božinova Neratovice;
Základní škola, Nový Bydžov, V. Kl. Klicpery 561, okres Hradec Králové;
Základní škola, Seč, okres Chrudim;
ZŠ a MŠ Horka nad Moravou;
ZŠ Brigádníků, Praha 10 – Strašnice;
ZŠ Český Dub, Komenského 46;
ZŠ Mendelova, Karviná;
ZŠ Horácké náměstí 13, Brno-Řečkovice;
ZŠ Kunratice, Předškolní 420/5, Praha 4;
ZŠ prof. Z. Matějčka, Most.

Dále děkujeme Nadaci Depositum Bonum a Nadaci Karla Janečka za podporu rozsáhlého dvouletého ověřování učebnice ve výše zmíněných školách a podporu společnosti H-mat, díky které autoři mohou vytvářet materiály pro druhý stupeň základních škol a víceletá gymnázia.

Školní rok	Jméno	Stav
20___/20___		
20___/20___		
20___/20___		
20___/20___		
20___/20___		



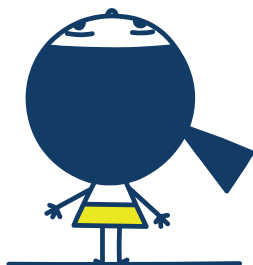
Nadace Karla Janečka

Cílem nadace je najít a podpořit ty nejlepší projekty, jejichž cesta k uplatnění by byla složitá, nebo dokonce nemožná.

Hejného metodu vnímáme nejen jako skvělý nástroj pro výuku matematiky, ale také pro rozvoj osobnosti žáka. Ve vzdělávání považujeme za zásadní vnímat každého žáka jako jedinečného, rozvíjet u něj kreativitu, kritické myšlení a vnitřní motivaci. V těchto principech si je Nadace Karla Janečka a Hejného výuka matematiky velmi blízká.

Protože věříme v účinnost této metody, rozhodli jsme se podpořit vznik této učebnice.

Karel Janeček



HEJNÉHO METODA

Zasloužená radost z poznávání



Řada učebnic pro 2. stupeň základních škol a příslušné ročníky víceletých gymnázií je zpracována v souladu s Rámcovým vzdělávacím programem pro základní vzdělávání.

O Hejného metodě

Hejného metoda je vyvíjena od 40. let 20. století, kdy Vít Hejný začal zkoumat, proč děti, které bez problémů řeší úlohy z učebnic, selhávají při řešení úloh nestandardních. Přitom by k jejich vyřešení neměly potřebovat žádné zvláštní znalosti. Po desítkách let zkoumání a ověřování poznatků vyvinul Vít Hejný spolu se svým synem Milanem metodu, která je namísto formálních znalostí vzorečků zaměřená na budování mentálních schémat. Metoda se opírá o propracovaná didaktická prostředí a roli učitele coby průvodce a moderátora diskuzí dětí nad řešením úloh. V metodě jsou cíle výchovné důležitější než cíle poznatkové, protože autoři jsou přesvědčeni, že kvalita společnosti je více určena úrovní mravní než úrovní znalostní.

Více na www.h-mat.cz/hejneho-metoda.

Semináře – kurzy – didaktické pomůcky

Společnost H-mat, o. p. s., **organizuje semináře, konference a vícedenní prázdninové školy pro učitele**, kteří chtějí začít učit Hejného metodou nebo prohloubit svoje znalosti o vyučování matematiky orientované na budování mentálních schémat. Dále vydává **učebnice, metodické příručky** a vyrábí **didaktické pomůcky** specifické pro výuku Hejného metodou. Více na www.h-mat.cz.

Vydavatel a podpora:
H-mat, o. p. s.
Magdalény Rettigové 47/4
110 00 Praha 1
ucebnice@h-mat.cz
www.h-mat.cz

ISBN 978-80-905756-1-5



9 788090 575615 >